



INCONTRI CON LA  
MATEMATICA



**CONVEGNO NAZIONALE**

**INCONTRI CON LA MATEMATICA n.37**

**Riflettere sulla didattica della matematica per insegnare: ricerche ed esperienze**

**Imprinting algebrico: più matematica con meno numeri**

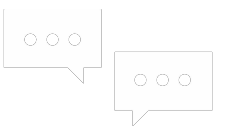
**MARCO TAROCCO**



**Attività contrassegnate  
da una parte dal senso dell'ignoto  
e dall'altra da una necessità di  
costruzione di competenze solide**

**L'istruzione è per sua natura  
orientata al futuro**

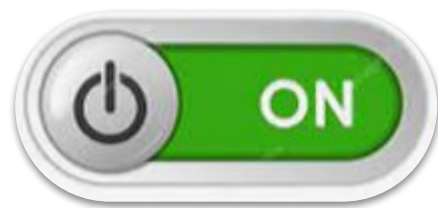
Con due stuzzicadenti  
e un albero si può  
costruire un triangolo?



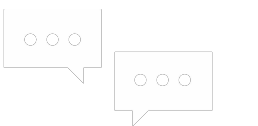
WEBINAR



È utile avere un repertorio di interpretazioni operative che permettano di percepire il collegamento con la vita e dare senso e significato alla propria esperienza

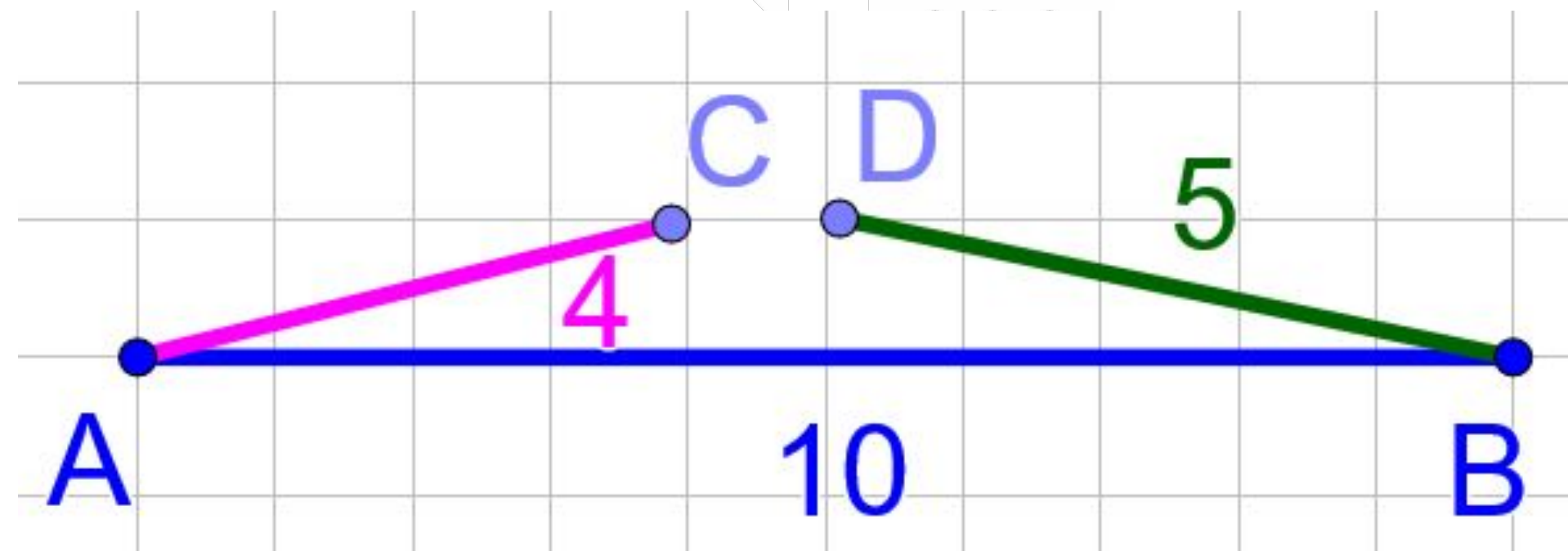


**FUNZIONA / NON FUNZIONA**



WEBINAR

Con **tre numeri qualsiasi** ciascuno che rappresenta la lunghezza di un segmento è sempre possibile costruire un triangolo?  
Motiva la risposta.

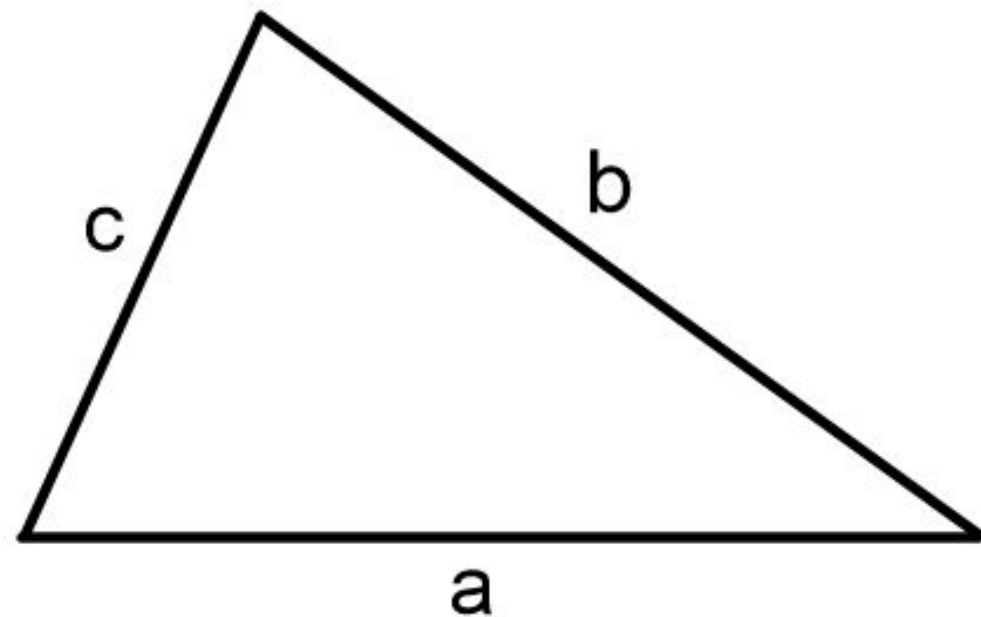


# Disuguaglianza triangolare

$$a + b > c$$

$$a + c > b$$

$$b + c > a$$



**Libertà condizionata**  
di costruzione

## Cambia password

Per proseguire è necessario effettuare il cambio della password

Inserisci la password attuale o temporanea

●●●●●●●●



Inserisci la nuova password



Conferma la nuova password



### Regole della password:

- La password non deve contenere i caratteri seguenti: [ ] ( ) -
- La password non deve corrispondere o contenere il cognome o il nome
- La password deve essere di almeno 8 caratteri
- La password deve contenere almeno 1 carattere speciale
- La password deve contenere almeno 1 lettera maiuscola
- La password non deve essere una delle 10 password precedenti

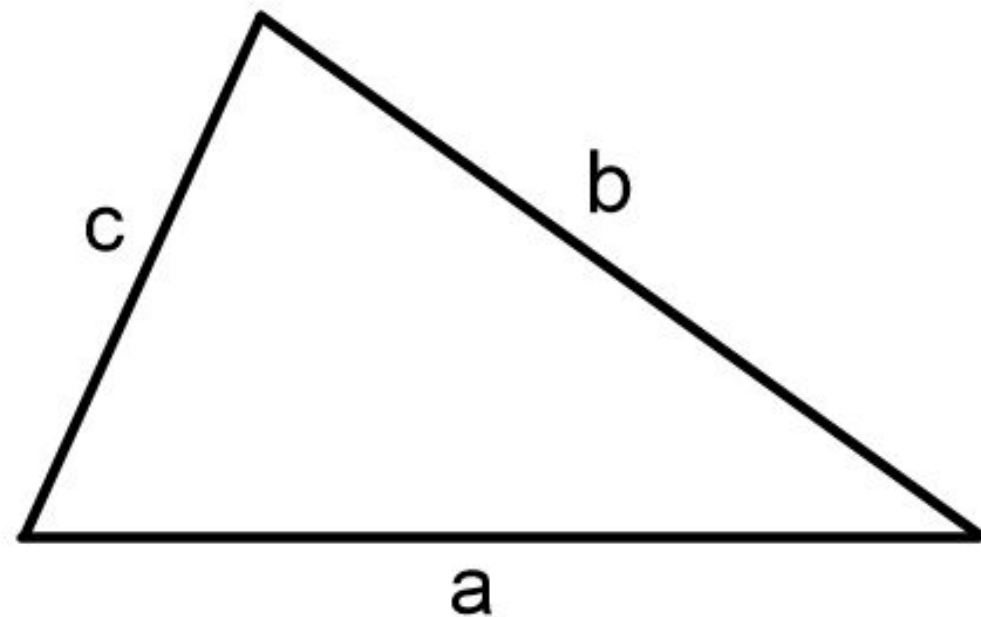
PROCEDE

# Disuguaglianza triangolare

$$a + b > c$$

$$a + c > b$$

$$b + c > a$$



**Libertà condizionata**  
di costruzione

## Cambia password

Per proseguire è necessario effettuare il cambio della password

Inserisci la password attuale o temporanea

.....



Inserisci la nuova password

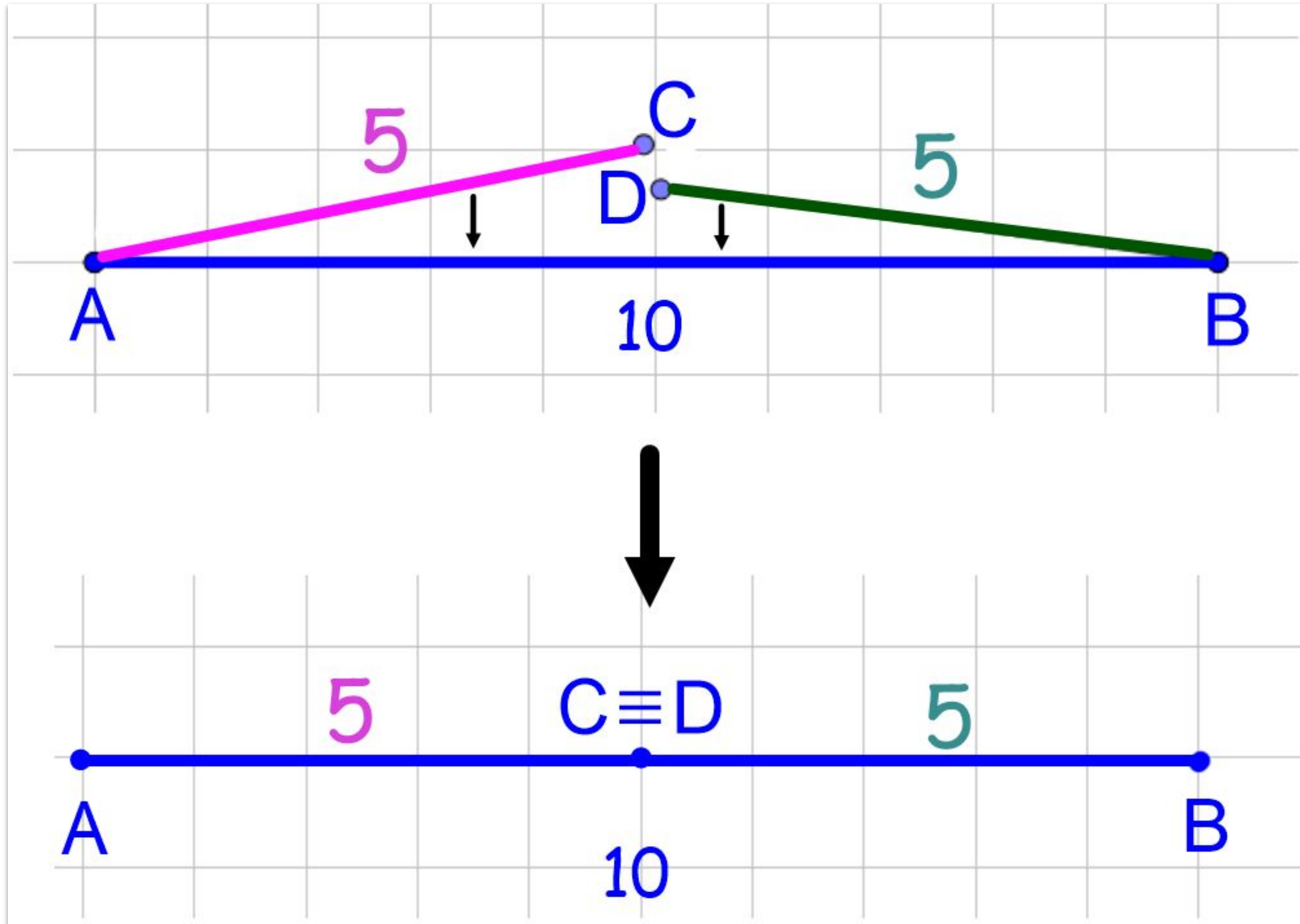


### Regole della password:

- La password non deve contenere i caratteri seguenti: [ ] ( ) -
- La password non deve corrispondere o contenere il cognome o il nome
- La password deve essere di almeno 8 caratteri
- La password deve contenere almeno 1 carattere speciale
- La password deve contenere almeno 1 lettera maiuscola
- La password non deve essere una delle 10 password precedenti

PROCEDI

...se la somma di due lati fosse uguale al terzo lato?



un triangolo

degenera

in un segmento





L'isola dell'Ananas dista 3 km dall'isola delle Banane e 10 km dall'isola del Cocco.

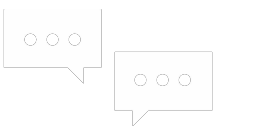
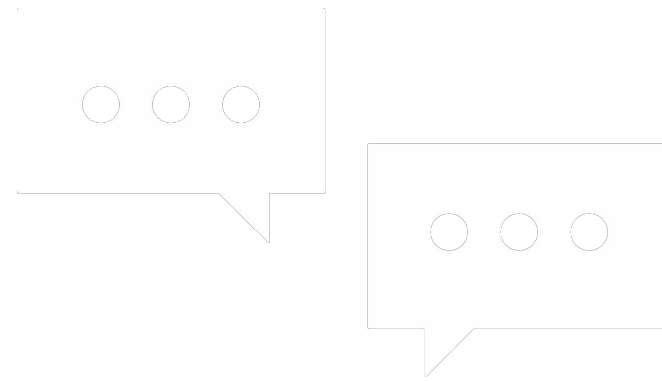
Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra l'isola delle Banane e l'isola del Cocco?

A. 4 km

B. 7 km

C. 13 km

D. *Situazione impossibile*



WEBINAR

L'isola dell'Ananas dista 3 km dall'isola delle Banane e 10 km dall'isola del Cocco.

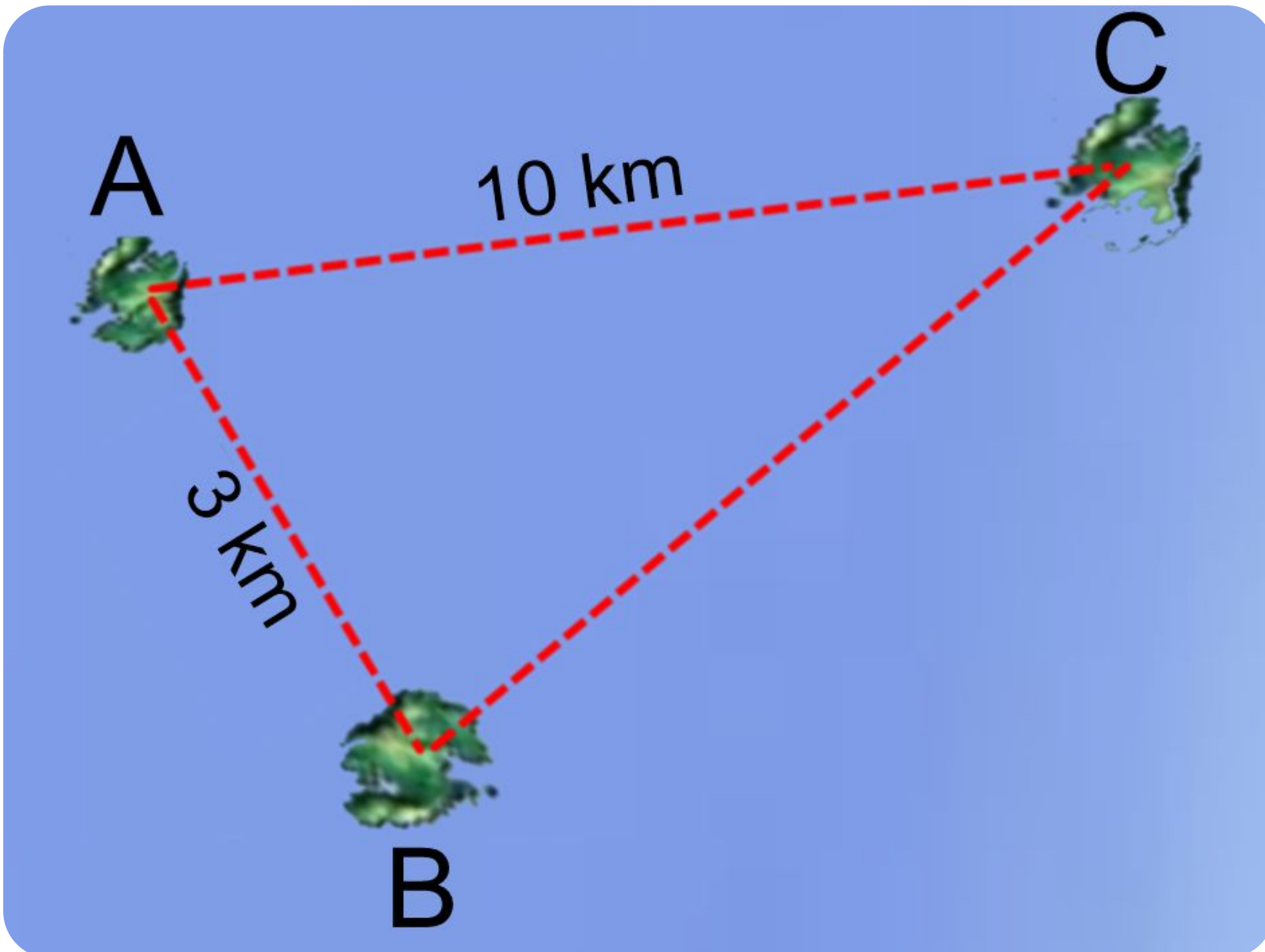
Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra l'isola delle Banane e l'isola del Cocco?

A. 4 km

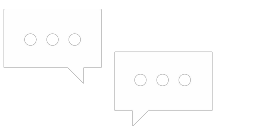
B. 7 km

C. 13 km

D. *Situazione impossibile*



3 punti distinti...  
distanze tra loro...  
formiamo un triangolo ABC



WEBINAR

L'isola dell'Ananas dista 3 km dall'isola delle Banane e 10 km dall'isola del Cocco.

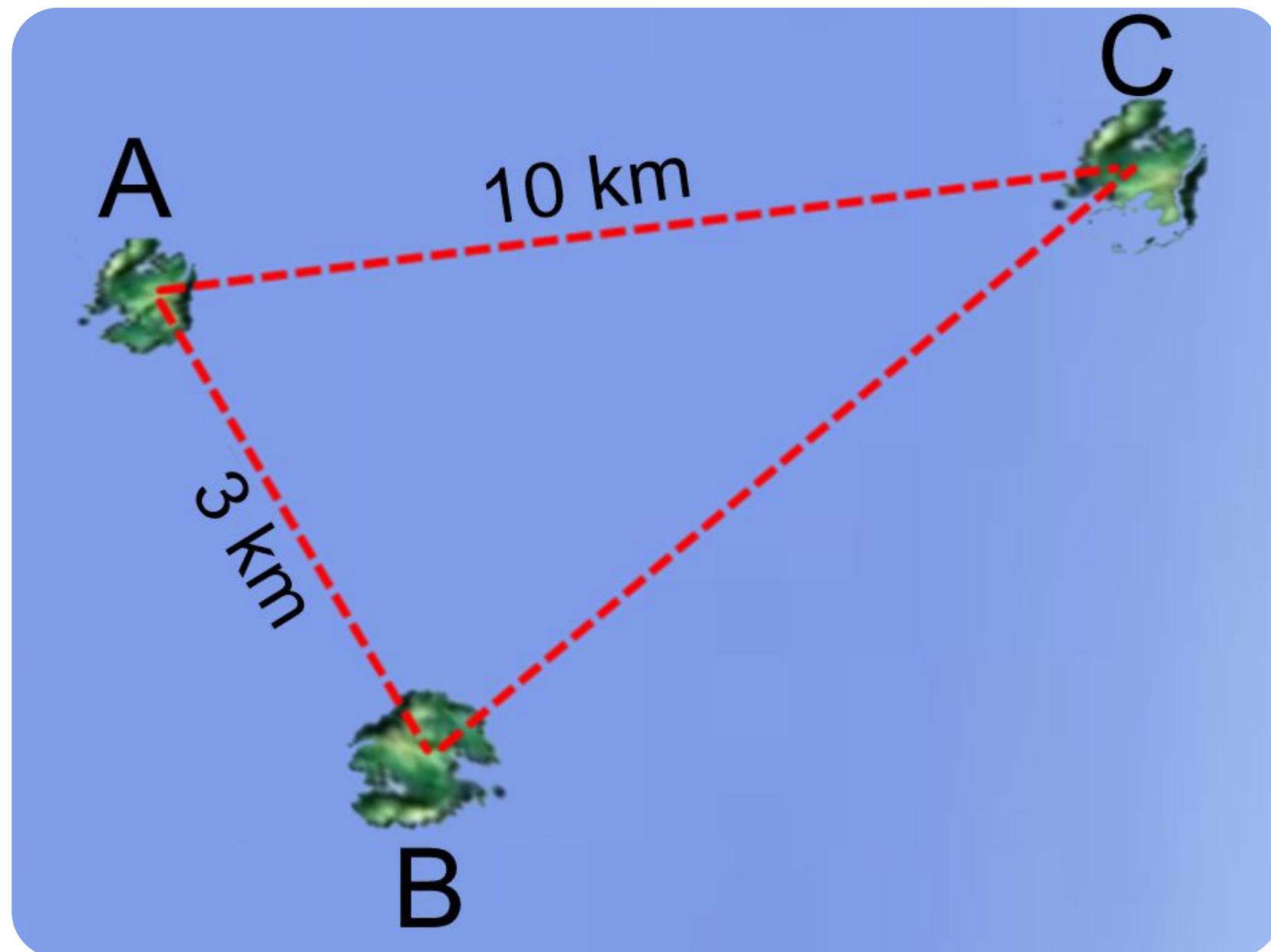
Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra l'isola delle Banane e l'isola del Cocco?

A. 4 km

B. 7 km

C. 13 km

D. **Situazione impossibile**



impossibile, si forma un  
segmento e le 3 isole  
dovrebbero essere...

L'isola dell'Ananas dista 3 km dall'isola delle Banane e 10 km dall'isola del Cocco.

Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra l'isola delle Banane e l'isola del Cocco?

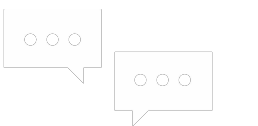
A. 4 km

B. 7 km

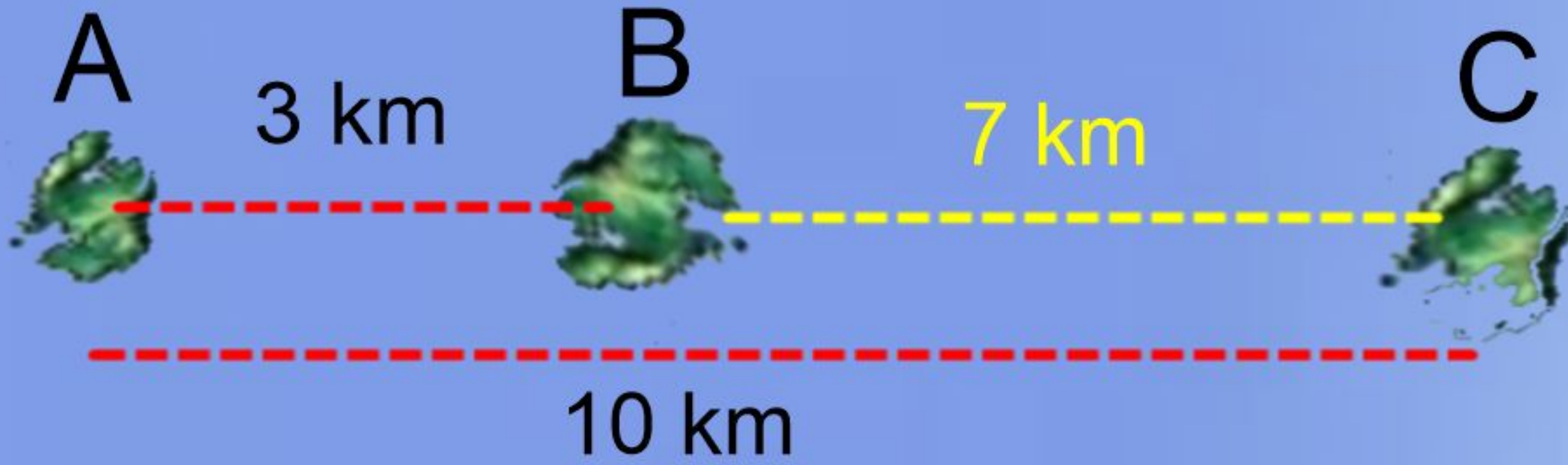
C. 13 km

D. *Situazione impossibile*

... **ma POSSIBILE!**



WEBINAR




ci sono 2 casi possibili!



L'isola dell'Ananas dista 3 km dall'isola delle Banane e 10 km dall'isola del Cocco.

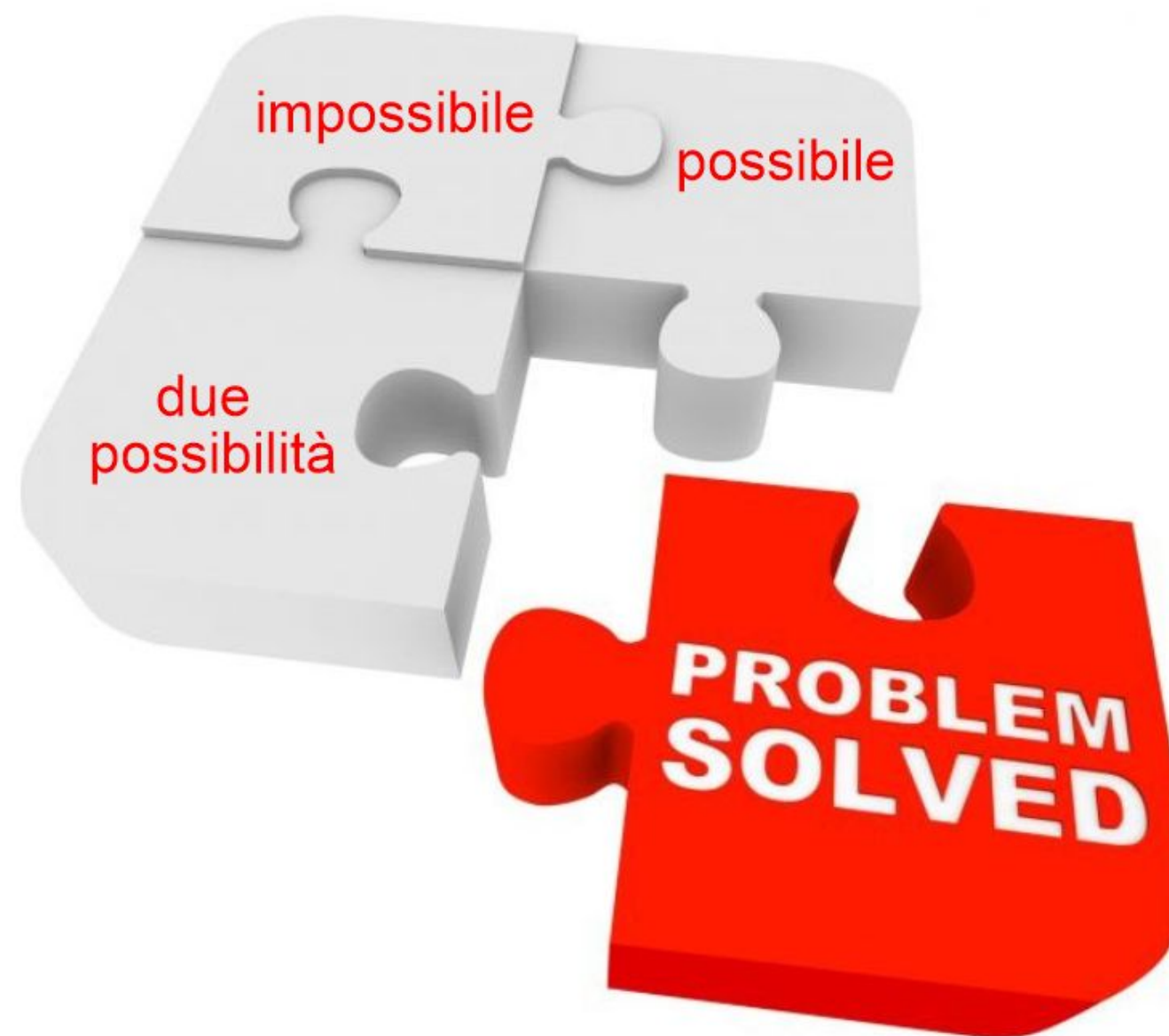
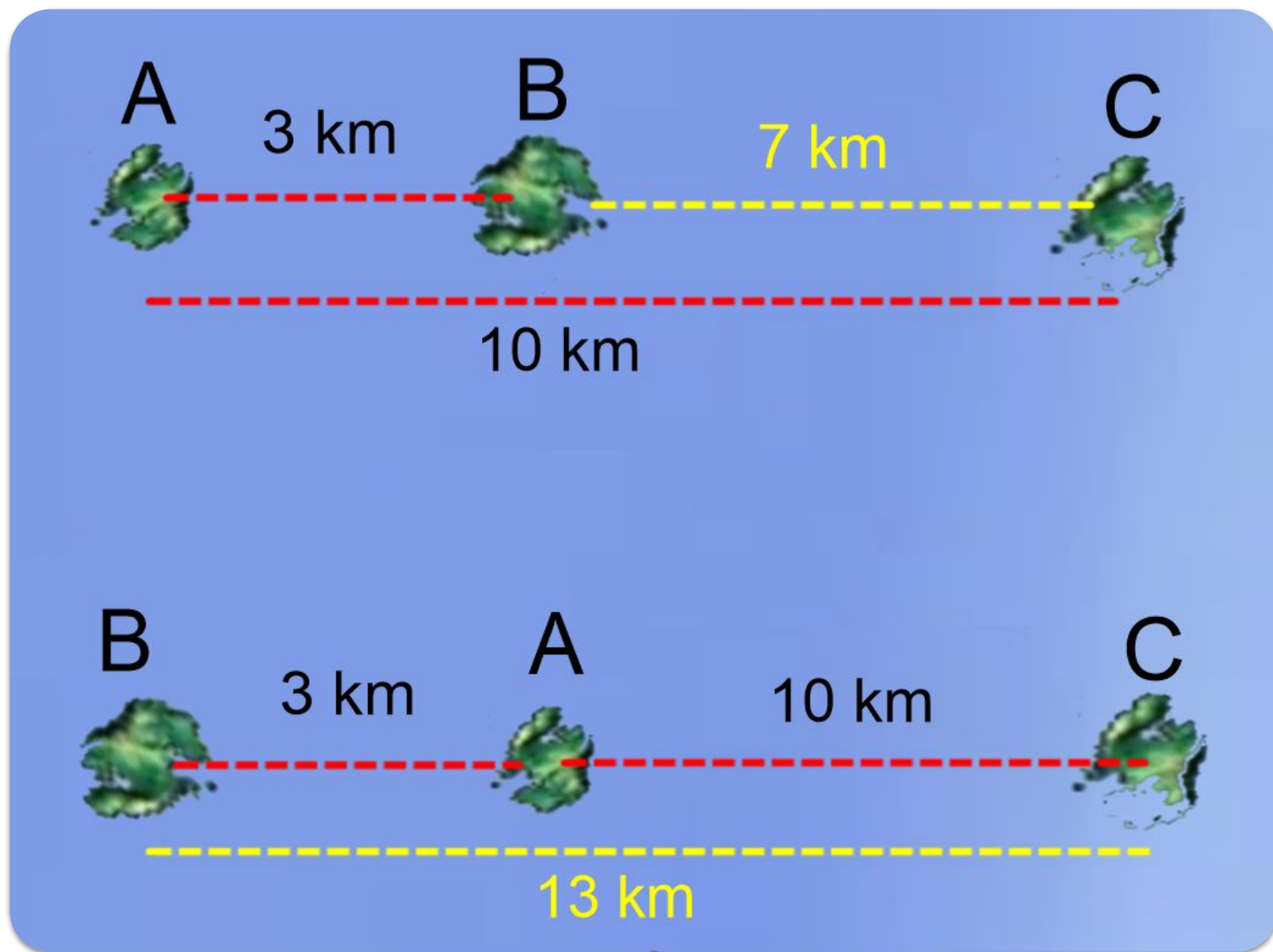
Qual è il minimo valore possibile per la distanza tra l'isola delle Banane e l'isola del Cocco?

A. 4 km

B. 7 km 

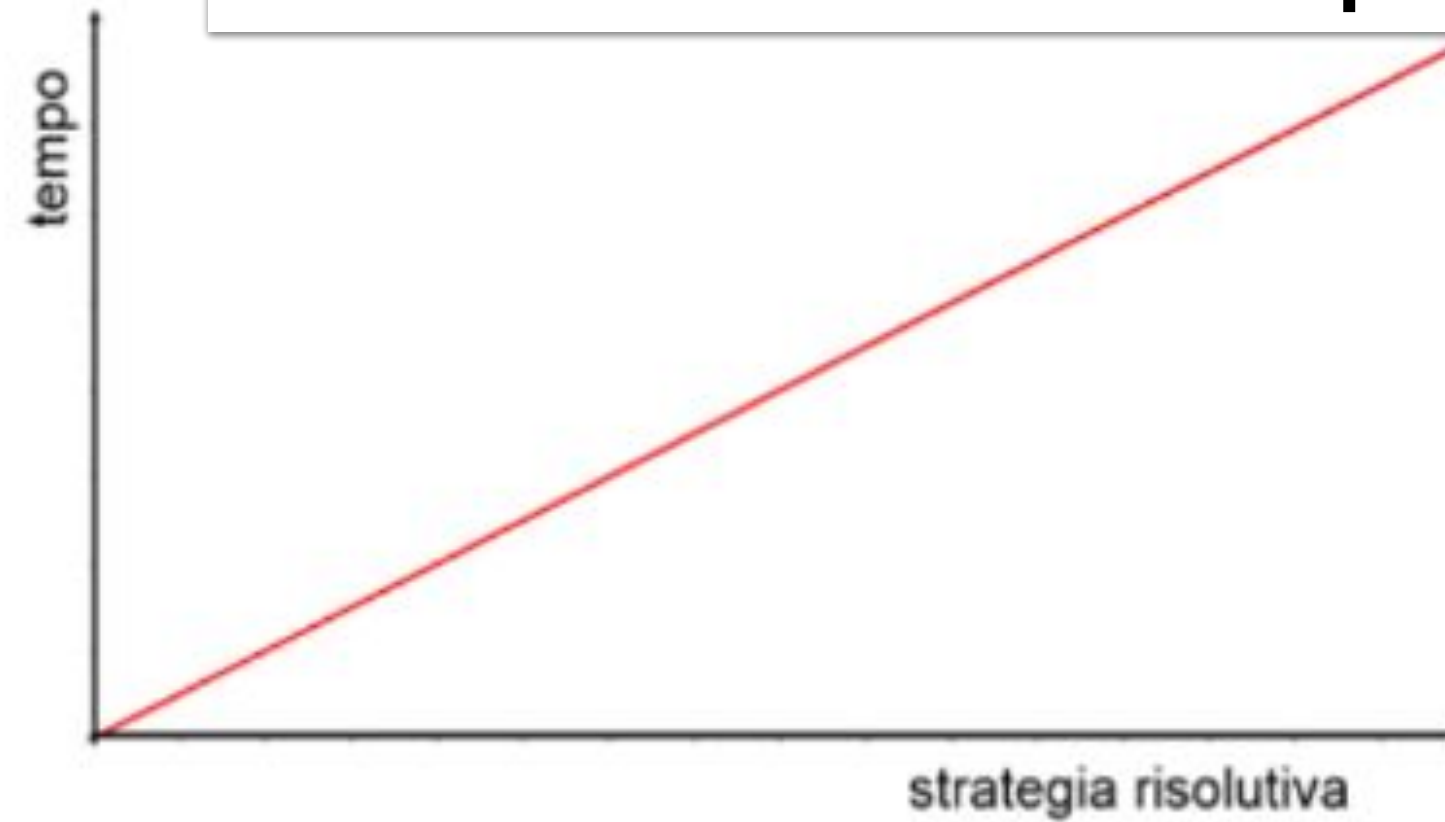
C. 13 km

D. *Situazione impossibile*





**L'idea di come si risolve un quesito**



**Nella realtà è necessario mutare più volte il proprio piano d'azione**



D18. Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.



In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.  
Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

Senza  
emozioni

Calcola  
 $62 : 10$

~~numero minimo di ...~~

11,7%

A.  6

35,8%

B.  7

40,5%

C.  6,2

11,2%

D.  10

0,8%

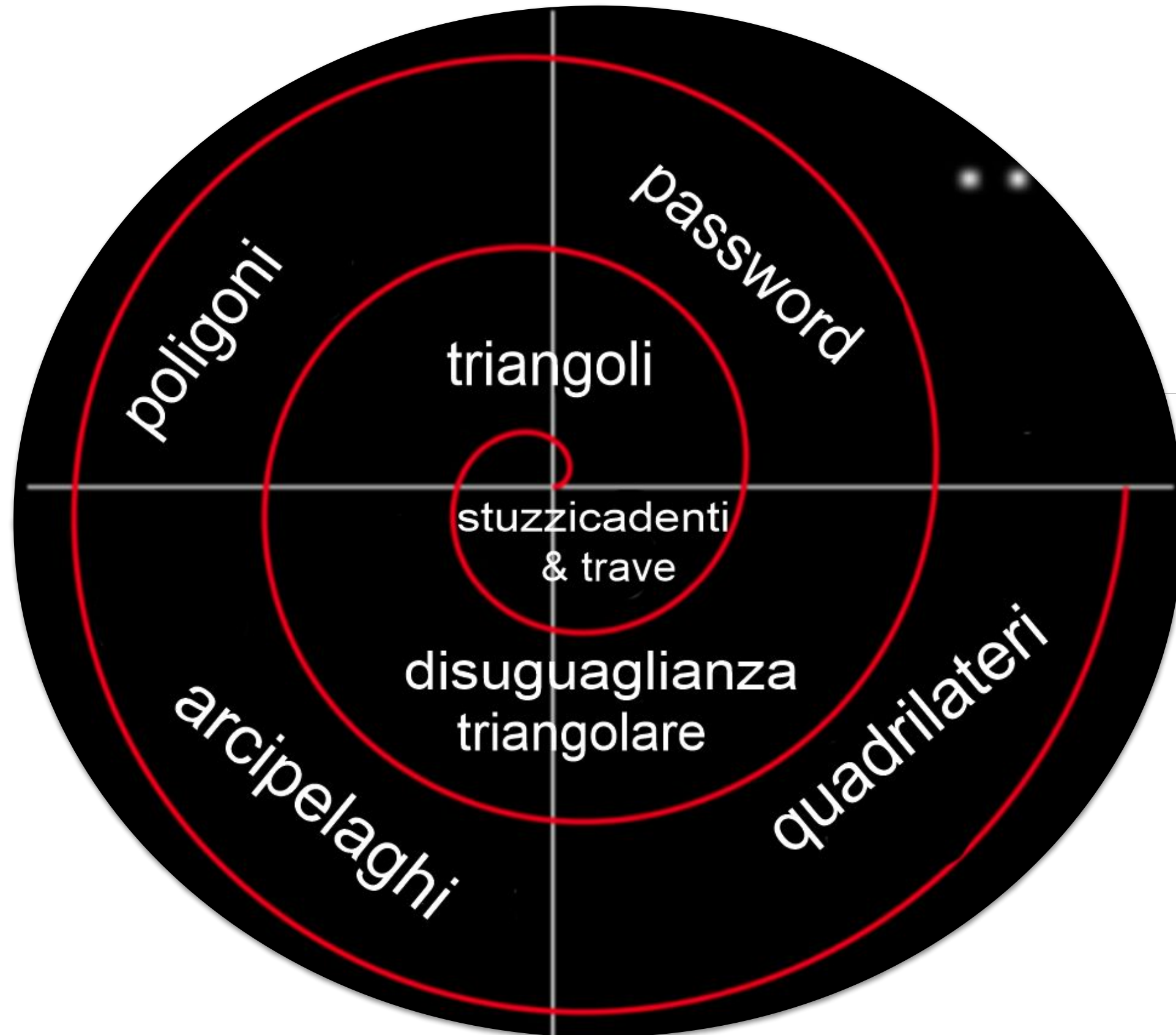
Mancante


Controllo sull'operazione matematica  
non sul contesto e  
sull'applicabilità e il senso del risultato





# Spirale conoscenza

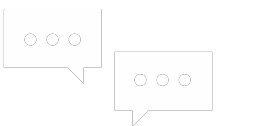




Quando uno studente manipola una proprietà o una formula matematica è consapevole di cosa denotino i simboli su cui sta operando?

Che tipo di esperienza gli oggetti sono in grado di costruire in un curriculum di matematica?

Ogni scienza sufficientemente avanzata è indistinguibile dalla magia



WEBINAR

# Cintura dei numeri



Naturali/Interi  
(discreto)



Reali  
(continuo)

Una sola immagine che rimanga in mente può cambiare il riemergere del concetto



L'esperienza nel mondo reale introduce la necessità pratica di un nuovo insieme numerico



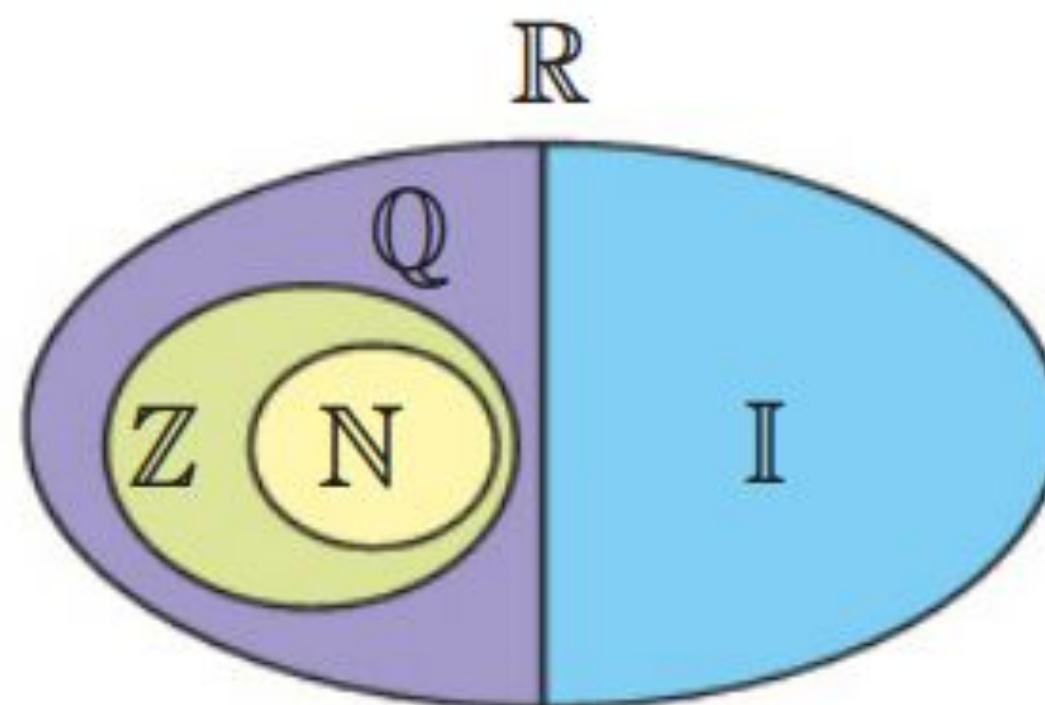
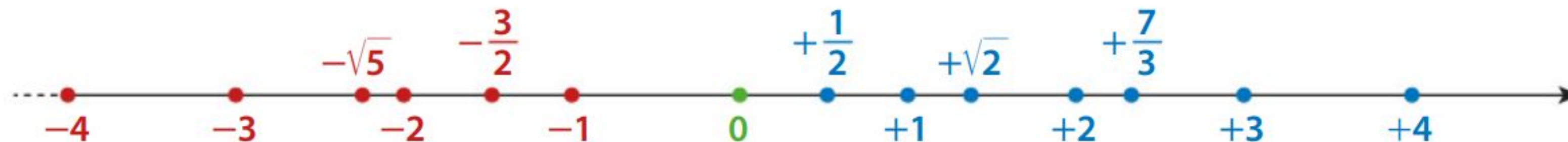
**«Oggetti» fatti per risolvere**



# Dalla cintura dei numeri alla RETTA NUMERICA

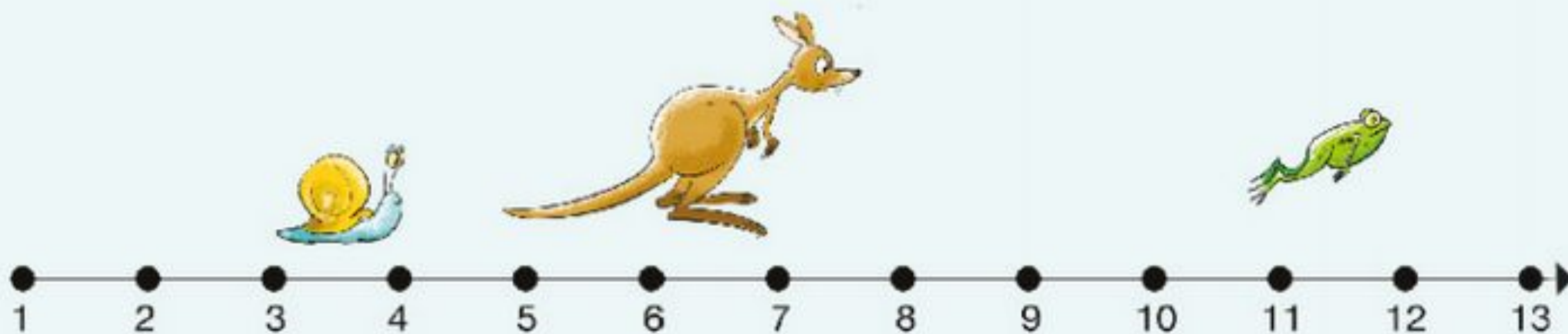
## ● Le proprietà di $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{R}$

Dalla rappresentazione dei numeri relativi sulla retta orientata si osserva che gli insiemi  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  e  $\mathbb{R}$  sono **insiemi infiniti**.



# L'utilizzo di analogie e metafore facilita la comprensione e il ricordo del concetto

- 2 Immagina che gli animali raffigurati si spostino su di una retta orientata. Associa al tipo di movimento di ciascuno di loro l'insieme numerico che meglio lo descrive. Considera che il canguro si muove saltando da un'unità all'altra, mentre la rana compie salti che sono frazioni di unità.



$\mathbb{N}$  è discreto

$\mathbb{Q}$  è denso

$\mathbb{R}$  è continuo



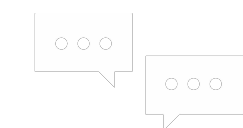
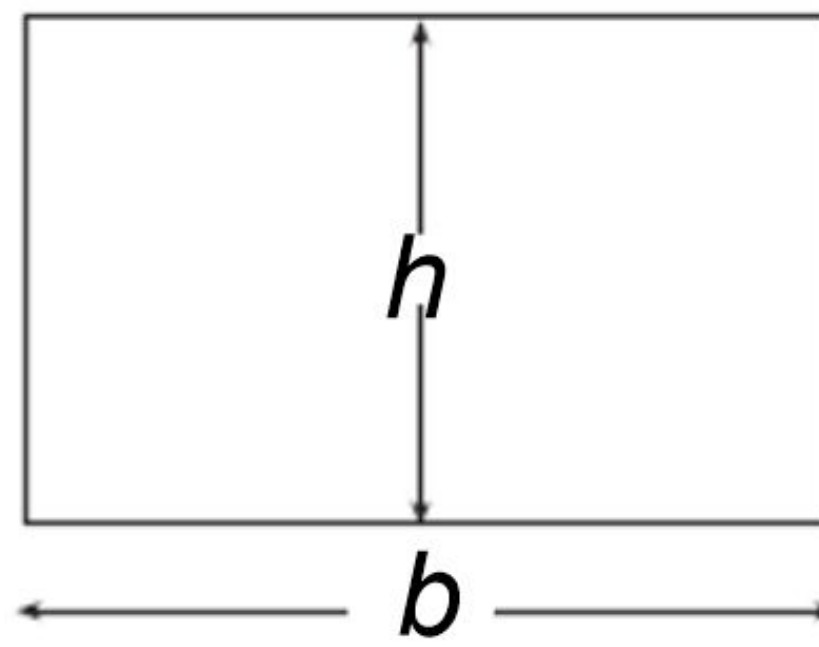
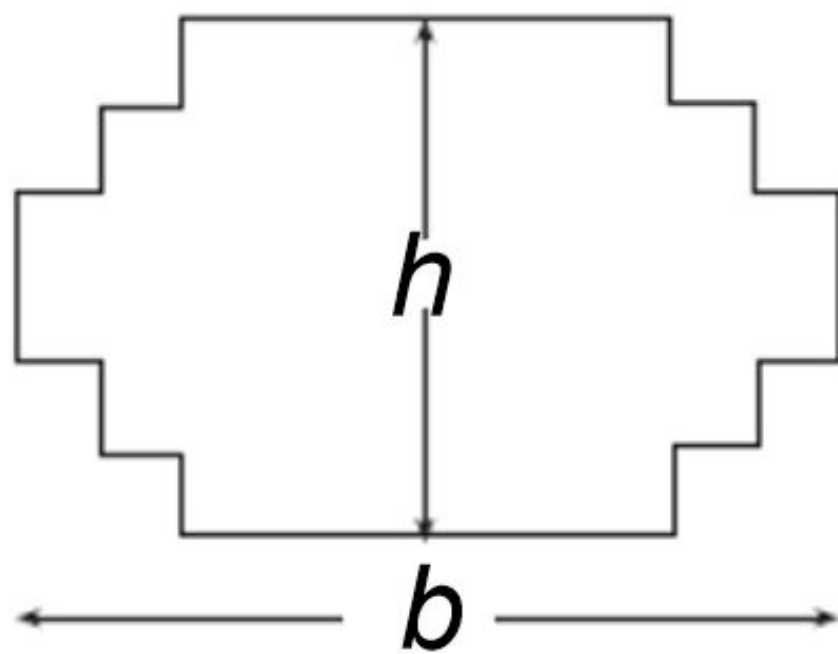
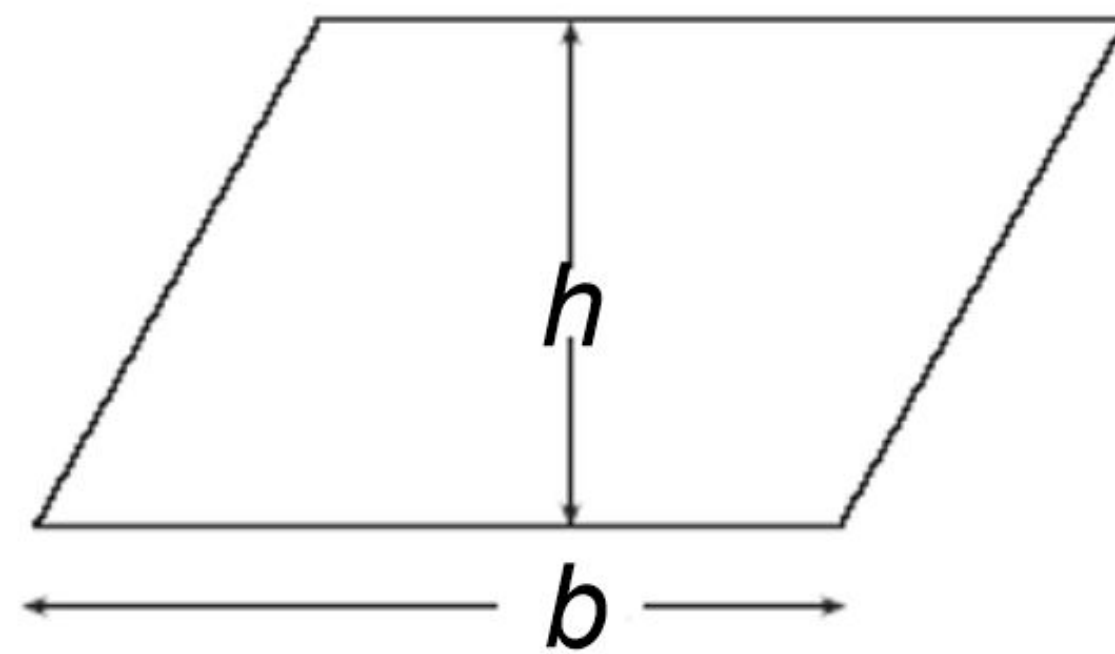
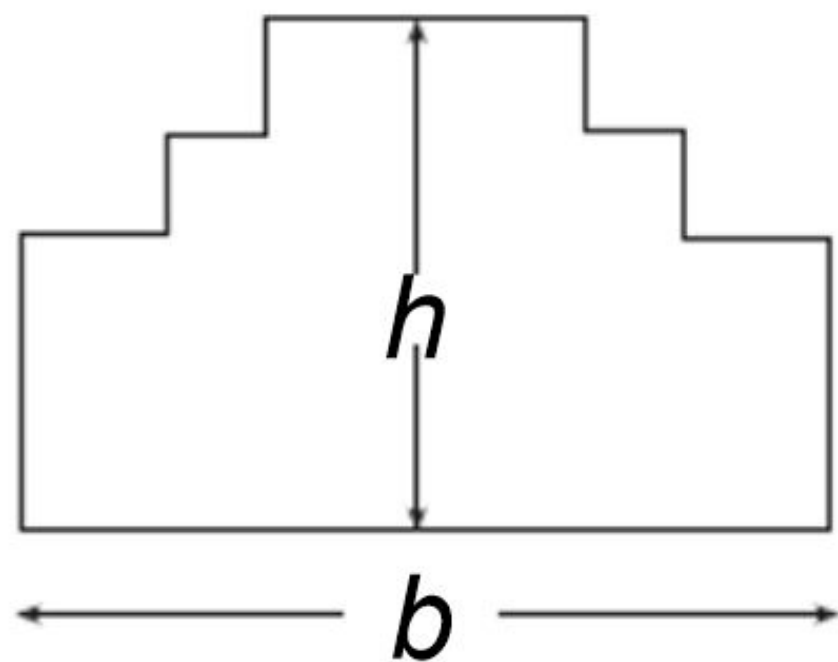
MINAR

Estendere le esperienze di apprendimento significa attivare l'insieme integrato di aspetti cognitivi **FREDDI** (memoria, attenzione, ...) e **CALDI** (emozioni, curiosità, ...)



**Sedimentazione emotiva dell'apprendimento**

**Chi ha il perimetro maggiore? Motiva la risposta.**

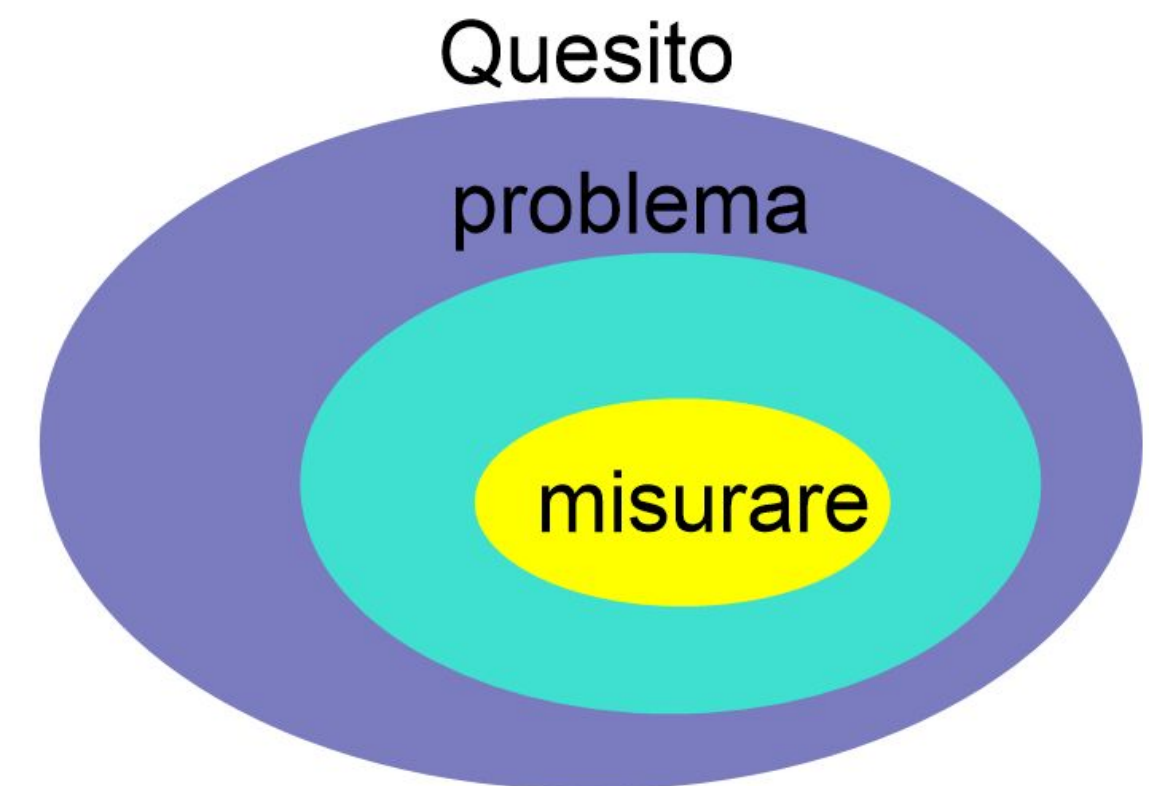
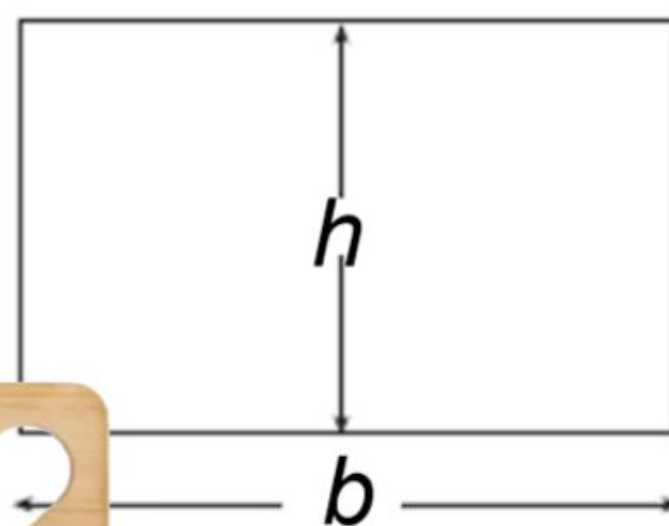
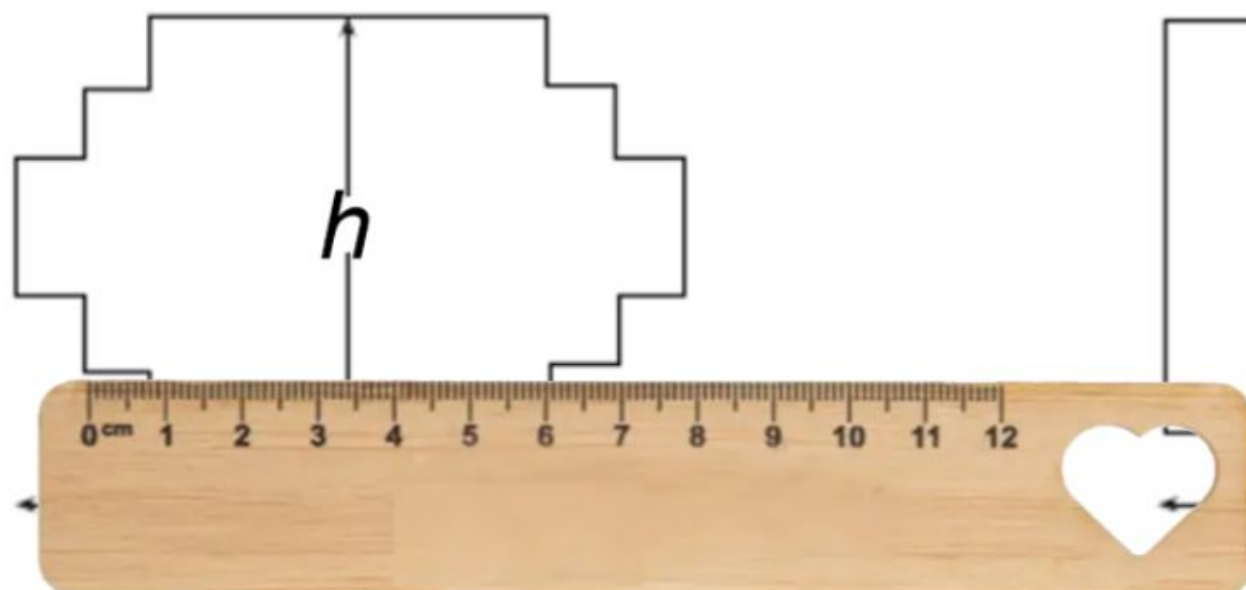
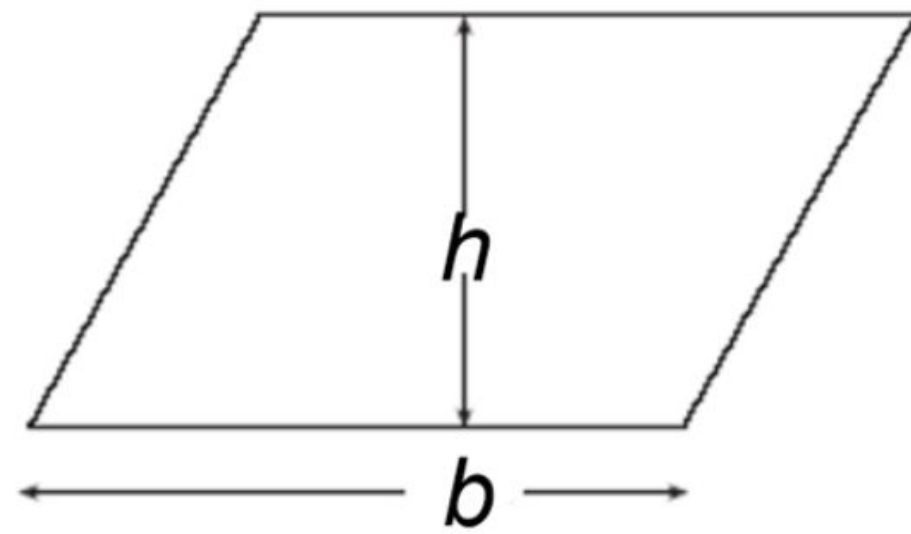
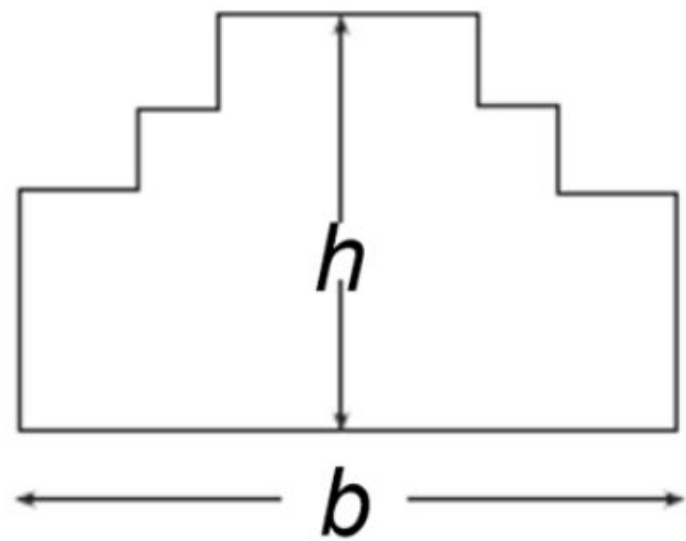


WEBINAR



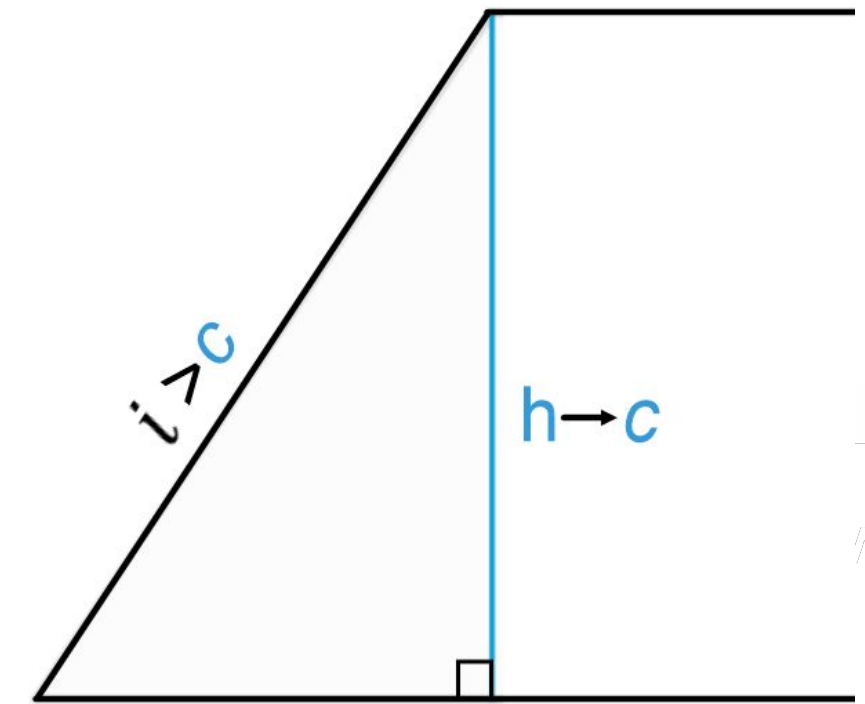
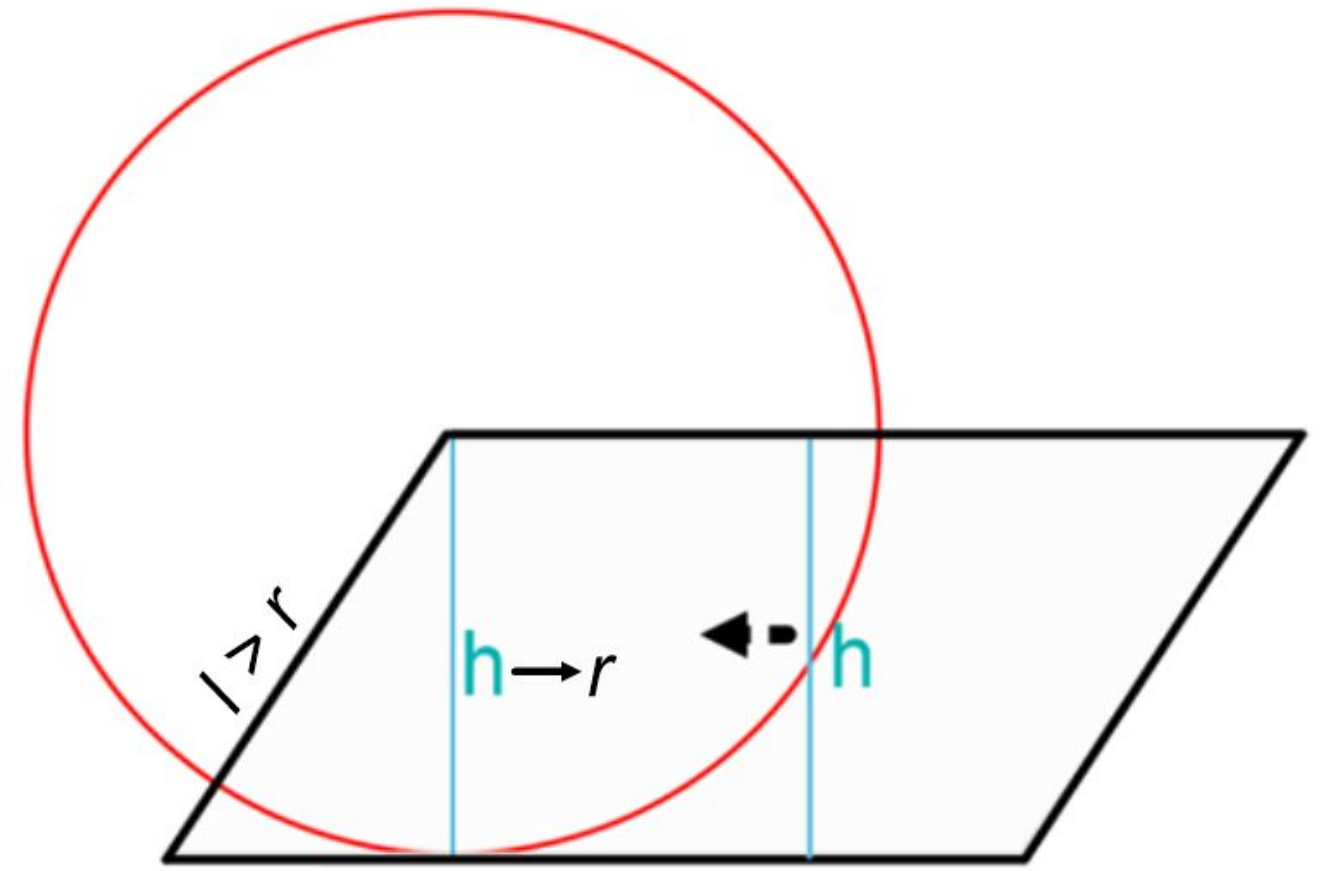
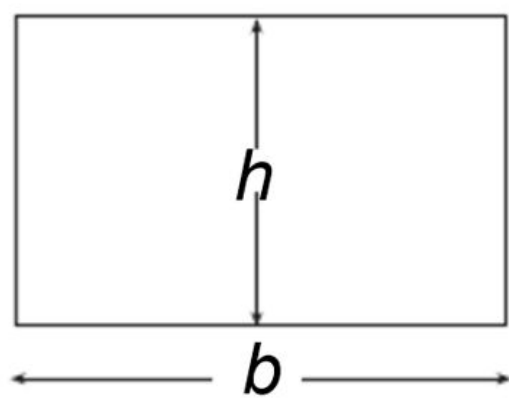
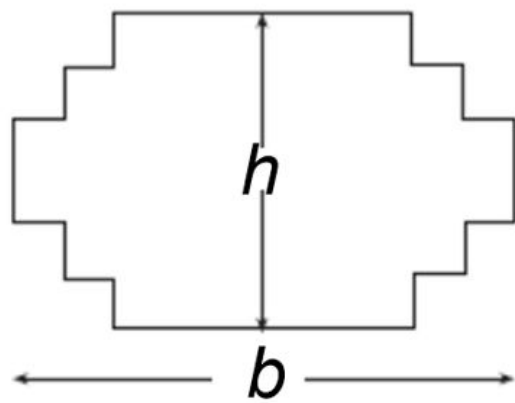
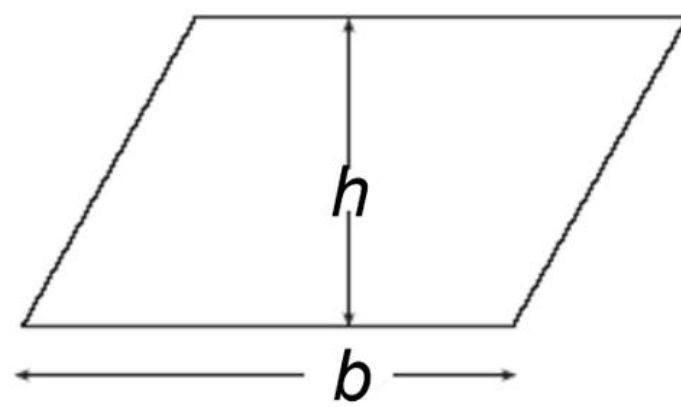
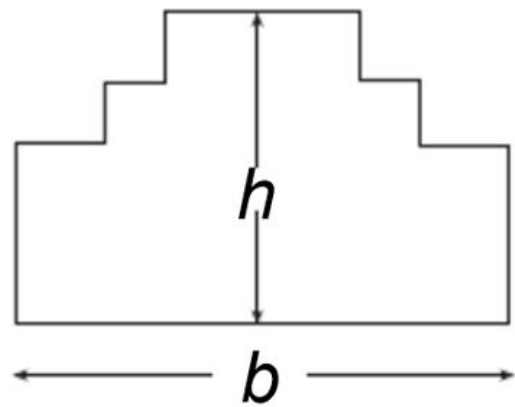
# Effetto disastroso del misurare perché si sommano:

- errori dovuti alla **modellizzazione matematica** del quesito
- errori presenti nei **dati sperimentali rilevati**





Tutte le monete hanno 3 facce:  
testa, croce e bordo.  
L'intelligenza si trova sul bordo  
della moneta, è la capacità di  
vedere entrambe le facce.



WEBINAR

Un rettangolo ha come dimensioni i **medi** di una proporzione e un altro gli **estremi** della stessa proporzione. I due rettangoli sono:

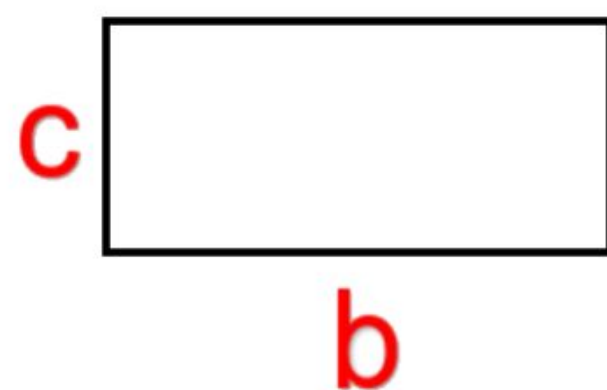
congruenti

equivalenti

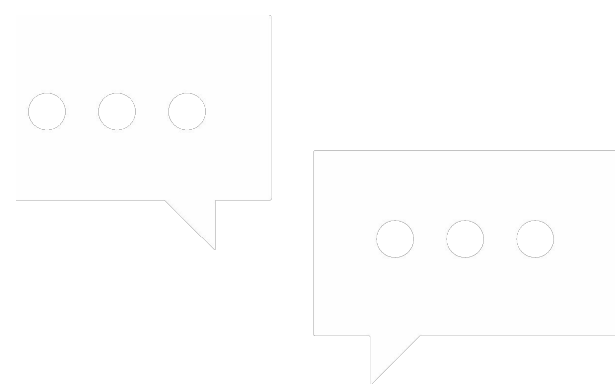
isoperimetrici

nessuna delle precedenti risposte

$$a : b = c : d$$



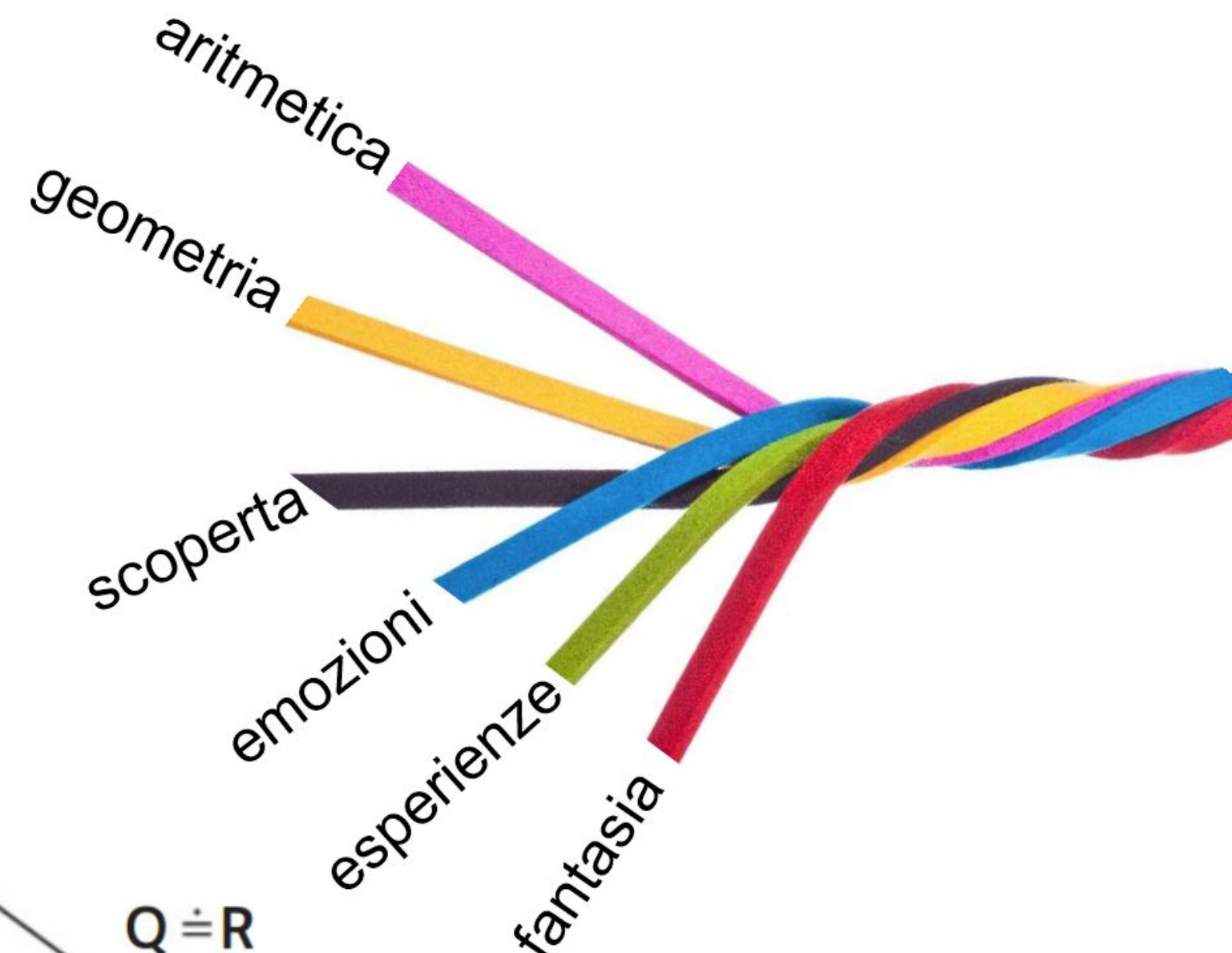
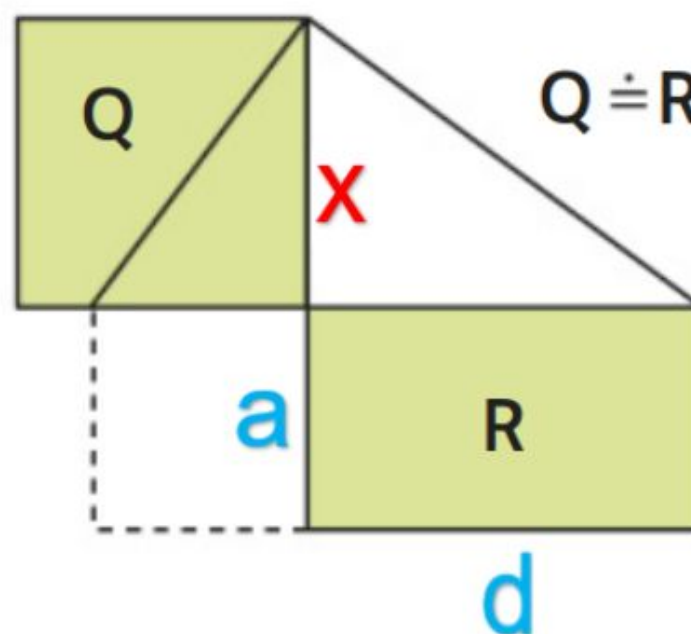
$\doteq$



...e se la proporzione fosse continua?

$$a : x = x : d$$

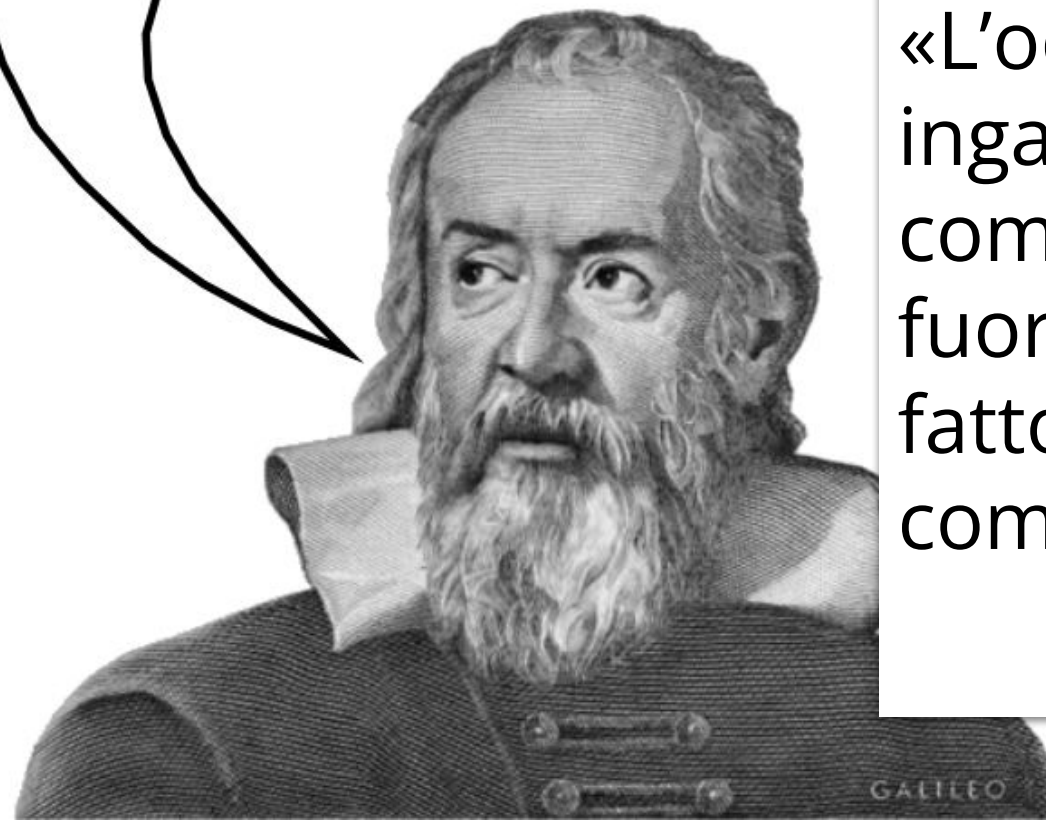
SECONDO TEOREMA  
di  
EUCLIDE



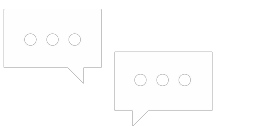
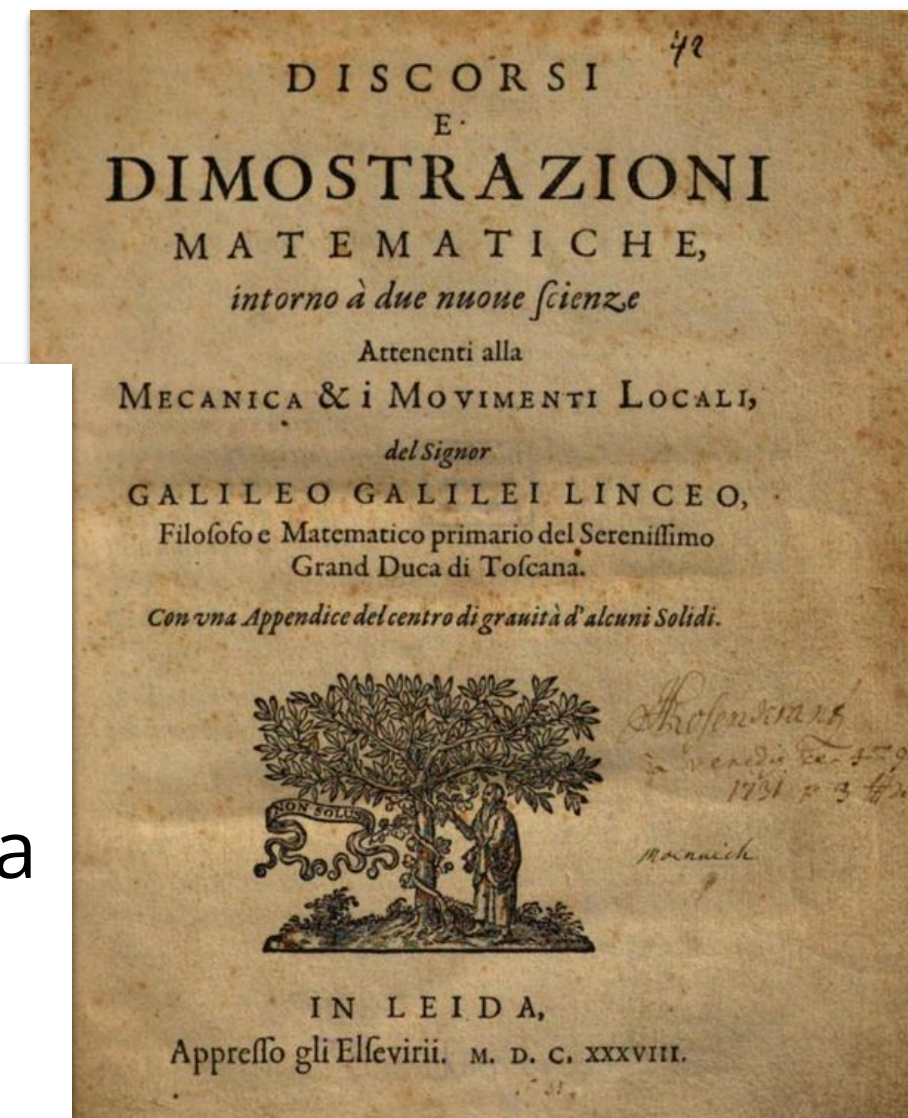
# Nel 1638 G. Galilei

«.... difficilmente si troverebbero **quattro persone su cento** che a prima vista, non farebbero l'errore di credere che i corpi contenuti entro superfici uguali abbiano volumi uguali».

Con un pezzo di stoffa possiamo fare un sacco da farina, usando come si fa di solito una base di legno. Se la stoffa ha un lato più lungo dell'altro, il sacco sarà più capiente quando il lato corto del tessuto è utilizzato per l'altezza e il lato lungo è avvolto intorno alla base di legno, piuttosto che nell'altra disposizione.



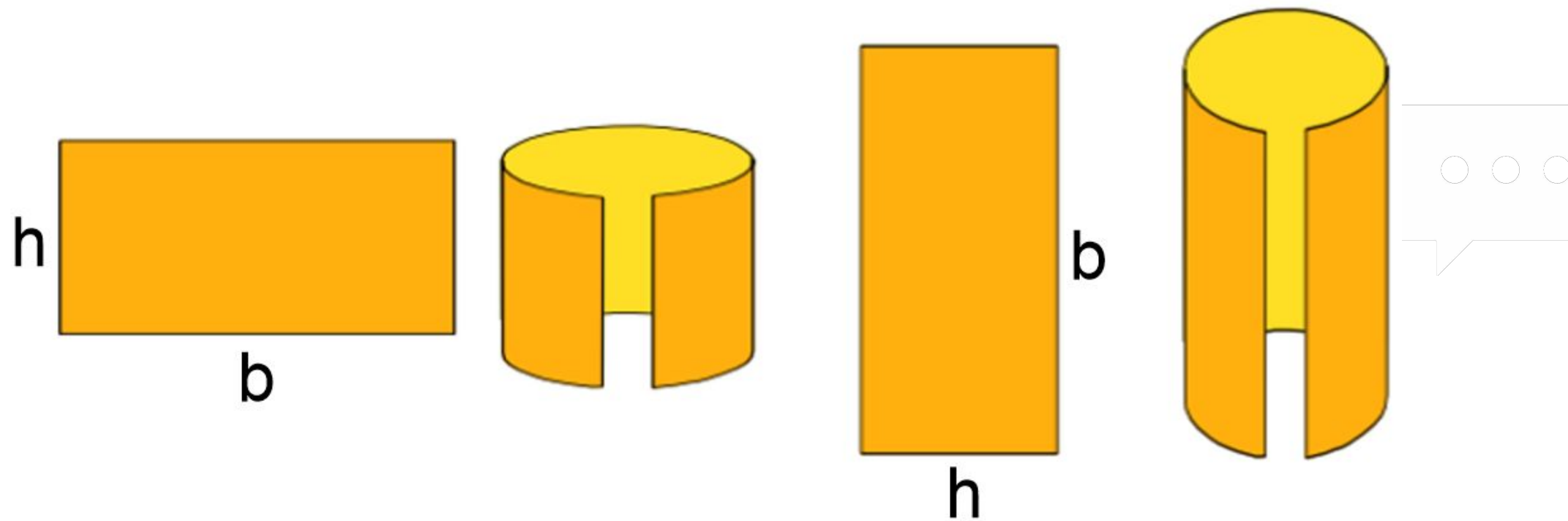
«L'occhio spesso inganna e il senso comune può portare fuori strada, ma chi ha fatto esperienza sa come funziona».



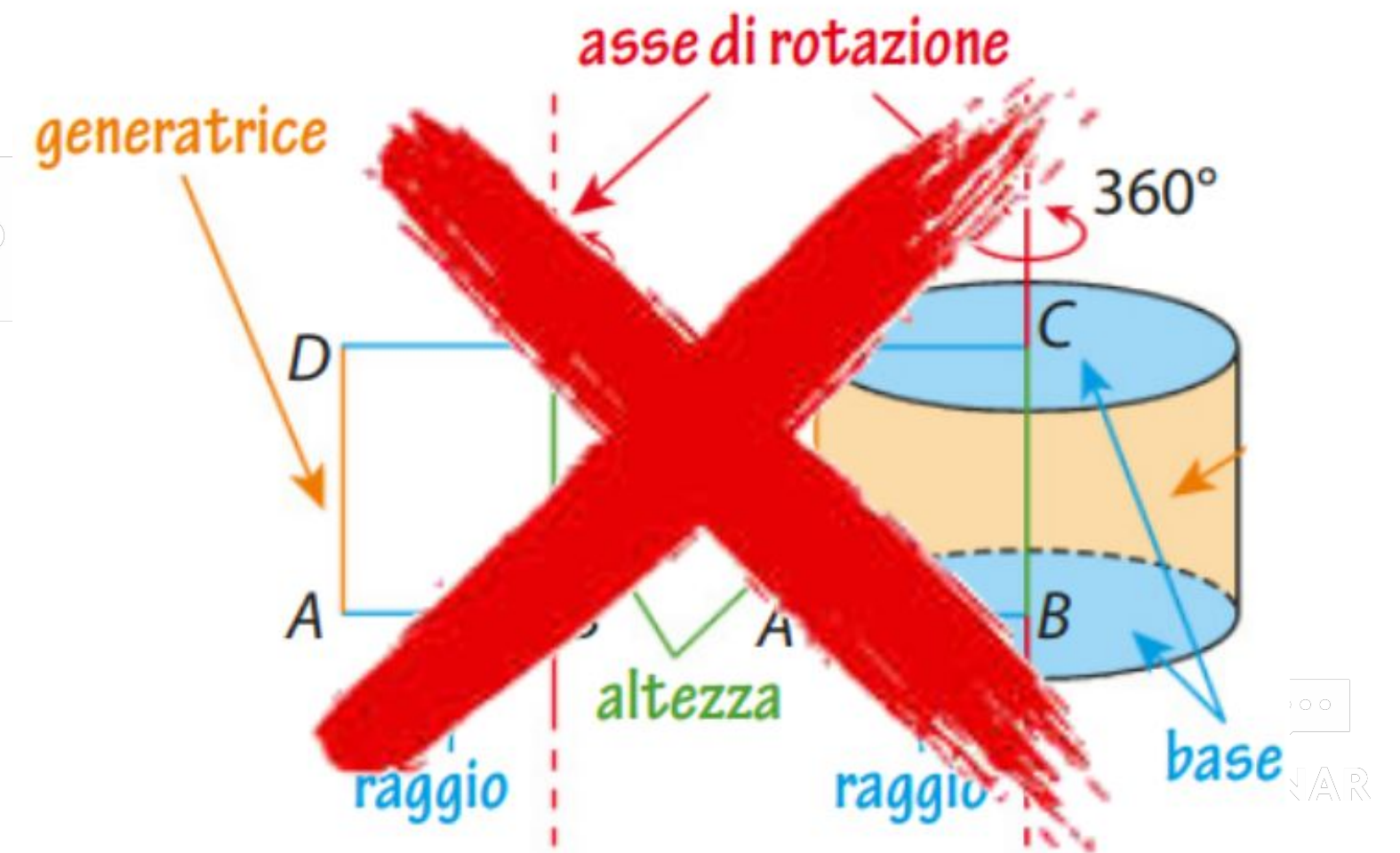
WEBINAR

# 385 ANNI DOPO... proviamo nelle nostre classi!

## I cilindri di Galilei



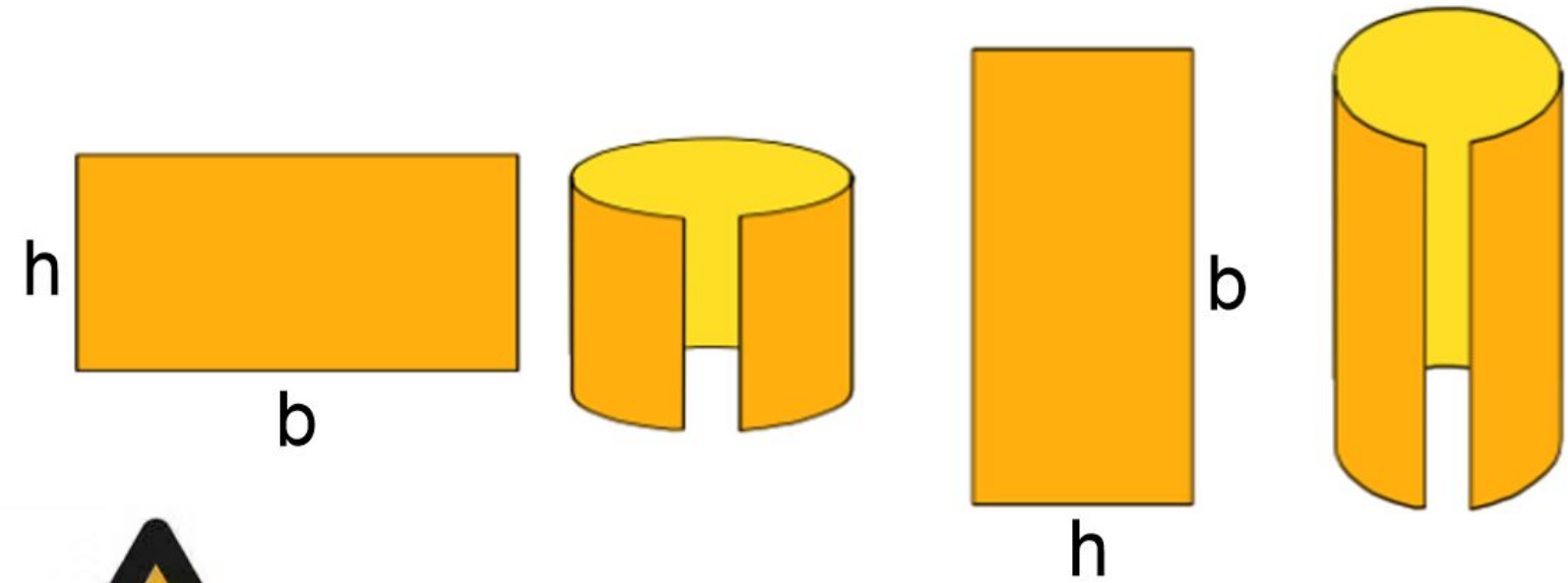
## Il cilindro



# NON conoscono VS conoscono la matematica del cilindro



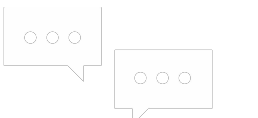
2 fogli di carta  
nastro adesivo  
confezione di riso  
bilancia da cucina



ATTENZIONE  
ALLE FORMULE  
MODIFICATE

$$b_{\text{rettangolo}} = C = 2\pi r_1 \quad h_{\text{rettangolo}} = C = 2\pi r_2$$

$$r = \frac{C}{2\pi} \begin{cases} V = \pi r_1^2 h_{\text{rettangolo}} \\ V = \pi r_2^2 b_{\text{rettangolo}} \end{cases}$$



WEBINAR

Il barattolo di colore rosso è largo il doppio di quello giallo ma è alto la sua metà.  
Quale contenitore, completamente riempito, ha più colore?



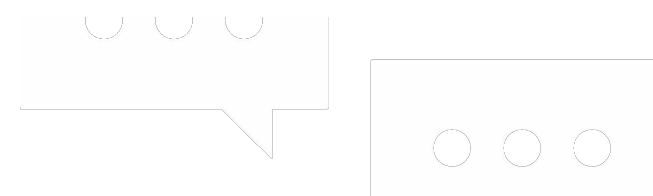
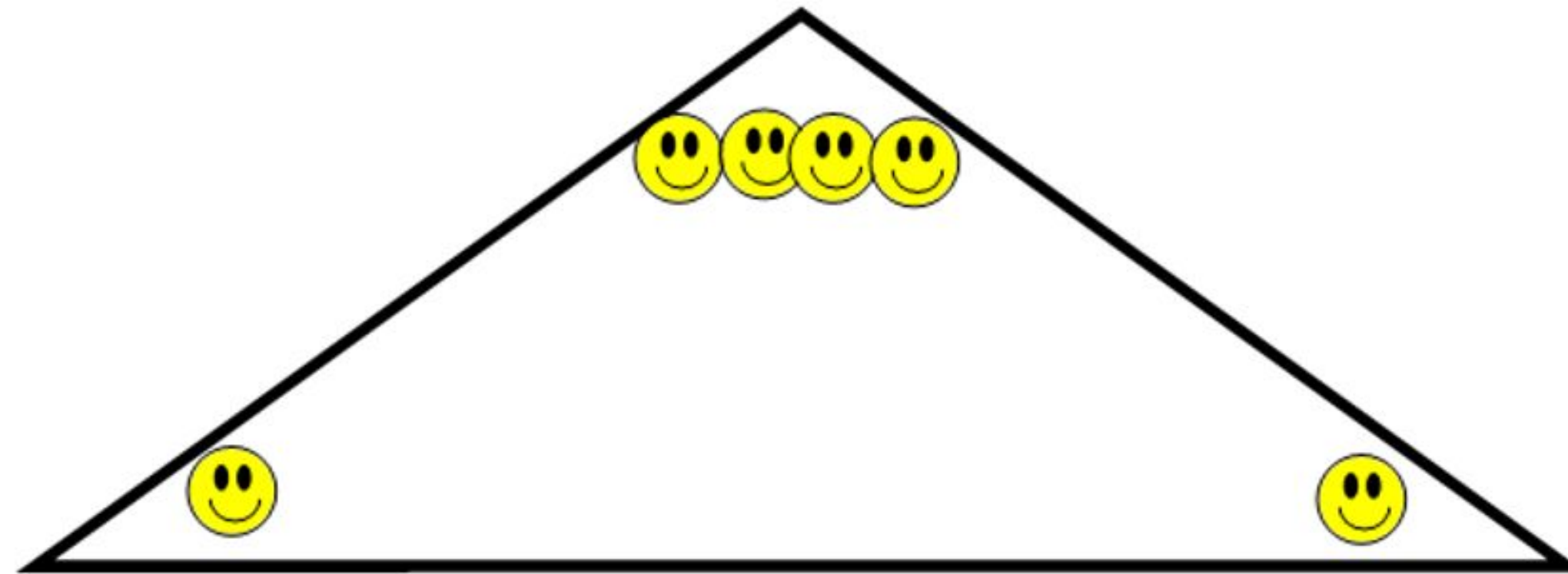
Il contenitore del giallo

Il contenitore del rosso

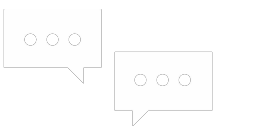
Hanno la stessa capacità

Senza i numeri delle misure non è possibile rispondere

**Modello parassita dall'aritmetica:  
operazioni inverse**

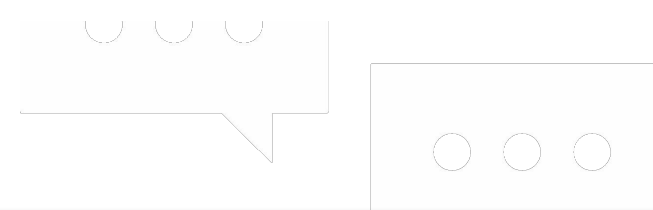
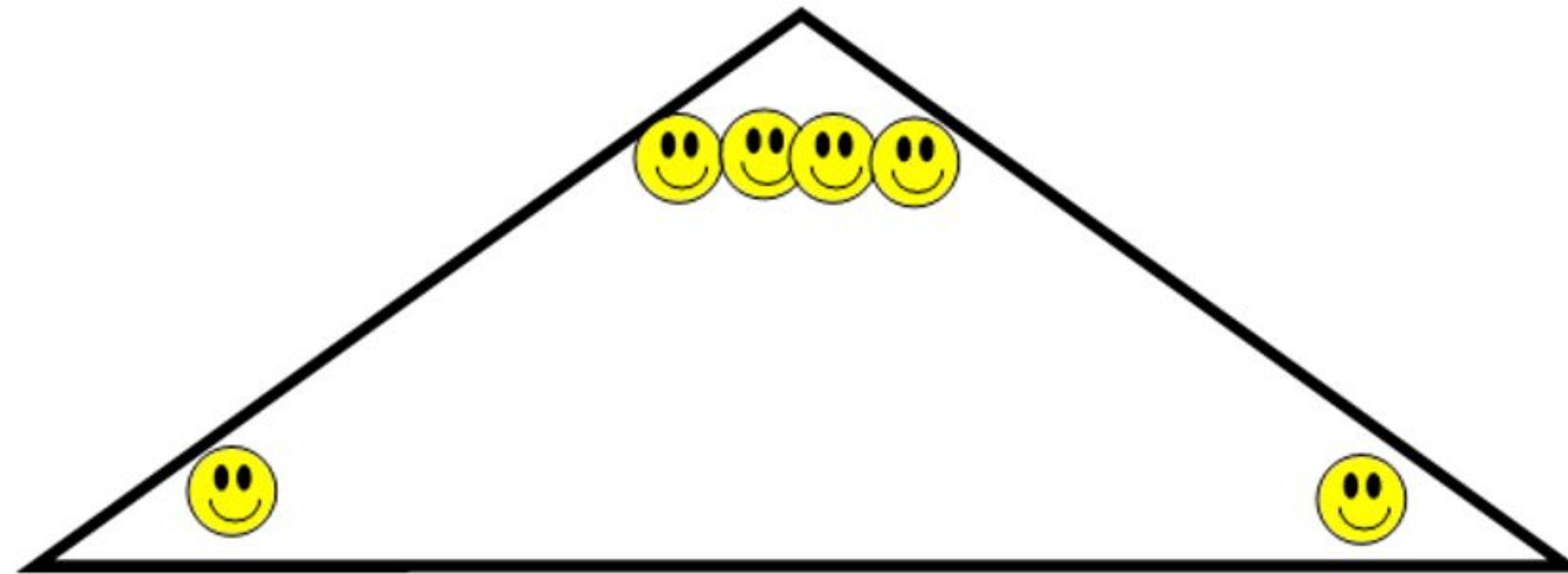


Questo è TUTTO il testo del quesito,  
quali domande vi aspettate?



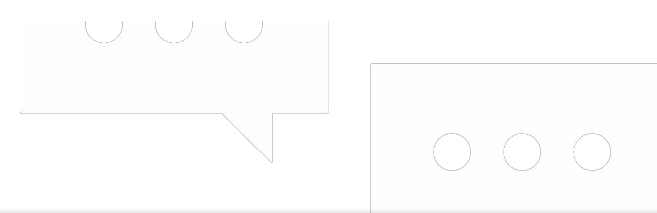
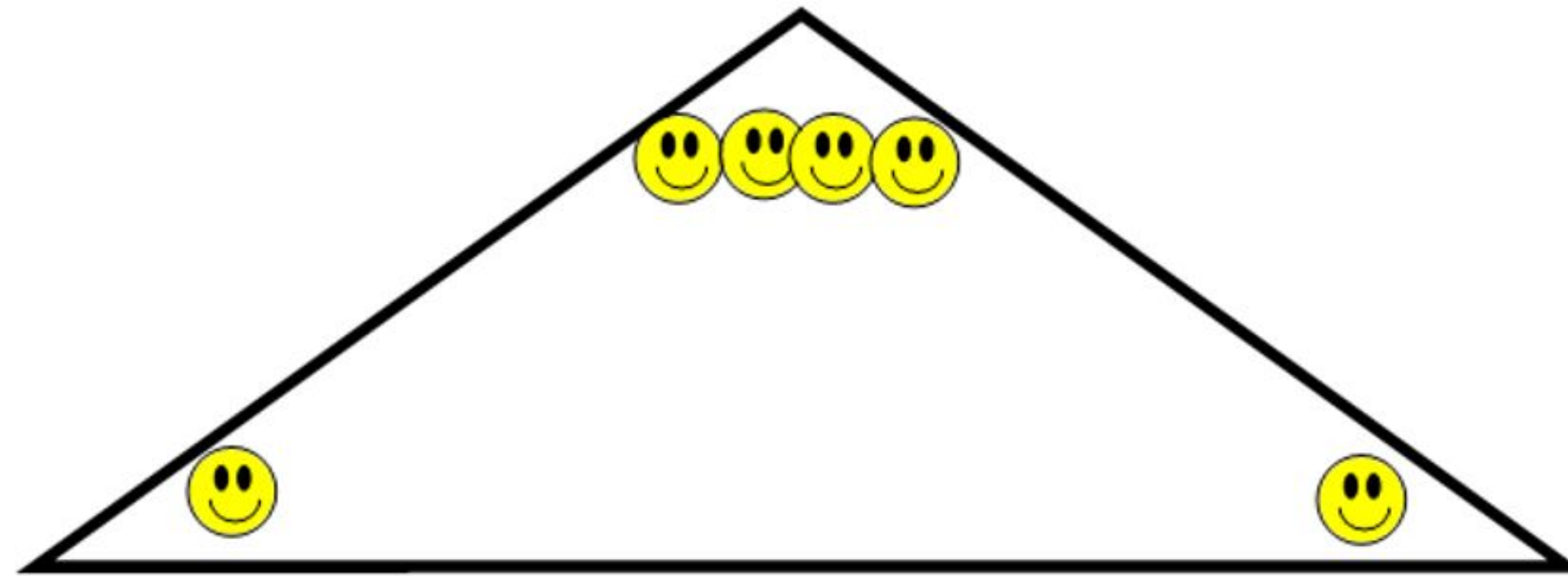
WEBINAR





1

Classifica il triangolo in base ai lati.

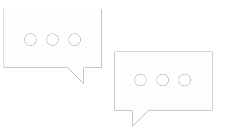


1

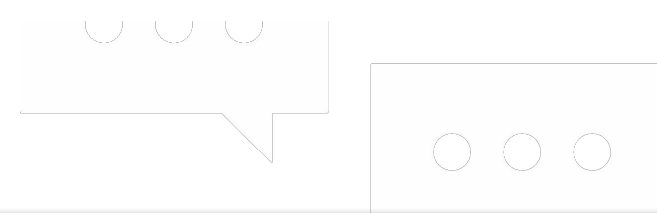
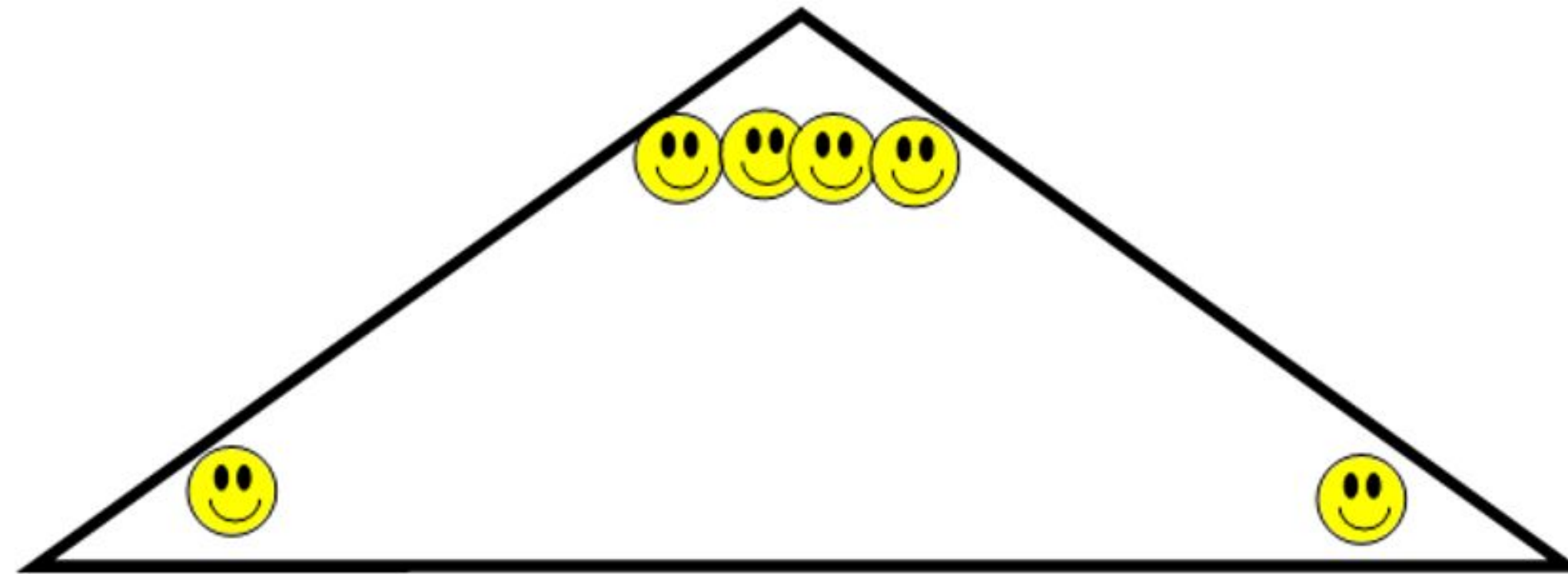
Classifica il triangolo in base ai lati.

2

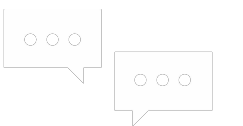
Quanto misura ciascun angolo alla base?



WEBINAR



- 1 Classifica il triangolo in base ai lati.
- 2 Quanto misura ciascun angolo alla base?
- 3 Quanto misura l'angolo al vertice?



WEBINAR

# Lancia il dado per completare l'espressione con i numeri e poi risolvila.

Preparare al cambiamento

$$\{ \cdot [ + \cdot ( + ) ] \} =$$



il testo dell'espressione e il risultato sono incogniti per tutti

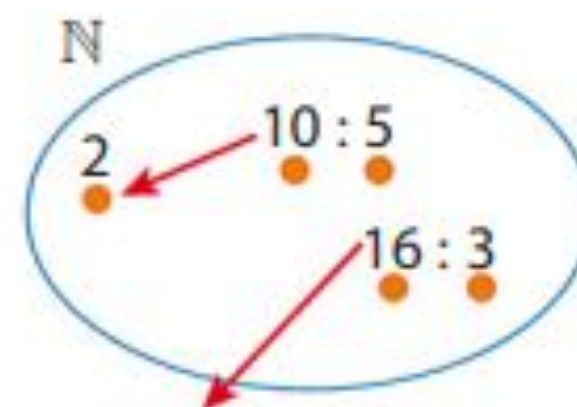
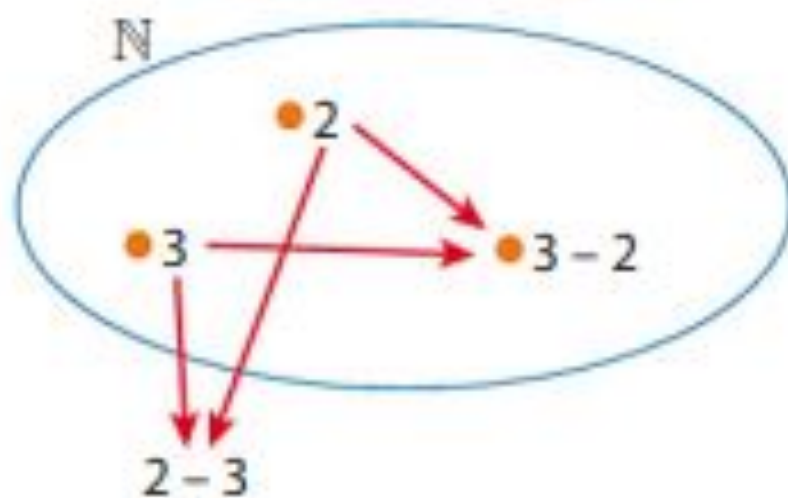
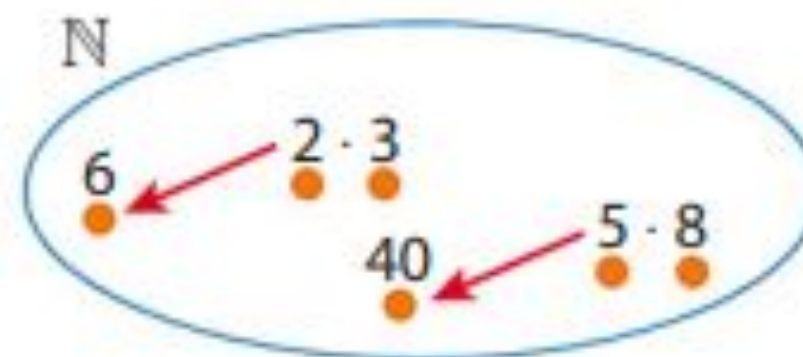
$$\left\{ \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array} \cdot \left[ \begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline \end{array} \cdot \left( \begin{array}{|c|} \hline + \\ \hline \end{array} \right) \right] \right\} =$$



WEBINAR

# Lancia il dado per completare l'espressione con i numeri e poi risolvila.

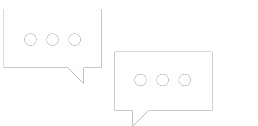
$$(-) \cdot [(+) : ] =$$



# Matematica con 3,88 €



$$[( \quad + \quad ) - \quad ] : \quad =$$

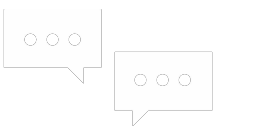


WEBINAR

$$\left[ \left( \text{2€} + \text{50¢} \right) - \text{1€} \right] : \text{5¢} =$$

$$\left[ \left( \frac{2}{100} + \frac{50}{100} \right) - 1 \right] : \frac{5}{100} =$$

$$= \left[ \left( \frac{1}{50} + \frac{1}{2} \right) - 1 \right] : \frac{1}{20} =$$



WEBINAR

# I DATI non DATI...non ci sono

per risolvere il quesito è necessario prima completarlo con i dati mancanti ritrovabili in un contesto non scolastico

Calcola la differenza del costo tra acquistare 9 lattine da 33 cL di una bibita e una quantità paragonabile della stessa bibita in bottiglie da 1,5 L. Quale soluzione è la più conveniente?





# I DATI non DATI... non ci sono

 **Cittadini responsabili**

Risolvi la seguente situazione.

**20** L'elevamento a potenza si ritrova in casi di "viral marketing". Se una persona riceve un messaggio, un'immagine o un video e lo gira ad altre 10 persone e questi, a loro volta, lo girano ad altre 10 persone, si ottiene in poco tempo una diffusione prima impensabile del messaggio. A livello zero abbiamo  $10^0 = 1$ , una persona, a livello uno abbiamo  $10^1 = 10$ , dieci persone e così via.



A quale livello di diffusione il messaggio avrà raggiunto:

- il 40% degli abitanti del tuo Comune di residenza?
- i 2/3 dei cittadini della tua regione? .... in Italia?

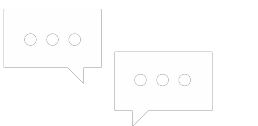
# Matematica «fisica» ... con il corpo

4

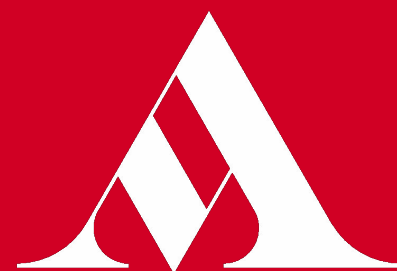
Proponi al tuo compagno di banco il seguente gioco. Si tiene un pugno chiuso, si conta fino a tre e si mostra un numero di dita a piacere. **Si moltiplicano tra loro i numeri delle dita** che ognuno ha mostrato. Se il **prodotto è pari vinci tu**, se il prodotto è dispari vince il tuo compagno. Senza dire nulla scegli sempre un numero pari di dita. Perché vinci sempre tu?



Fornire le  
condizioni  
con cui possano  
imparare



WEBINAR



**EDUCATION**

[www.mondadorieducation.it](http://www.mondadorieducation.it)