

DIDATTICA DIGITALE



Valutare gli alunni con la DaD: “che cosa sa fare con ciò che sa”

Marco Tarocco

tabella dei propri
errori frequenti
classificati

risolvere
enigmi/rompicapo

utilizzare software
specifici nell'ambito
matematico per
modellizzare

costruirsi una
verifica con
le soluzioni

scrivere
domande
per chiarire
i propri dubbi

rispondere
ai quesiti
proponendo
più strategie

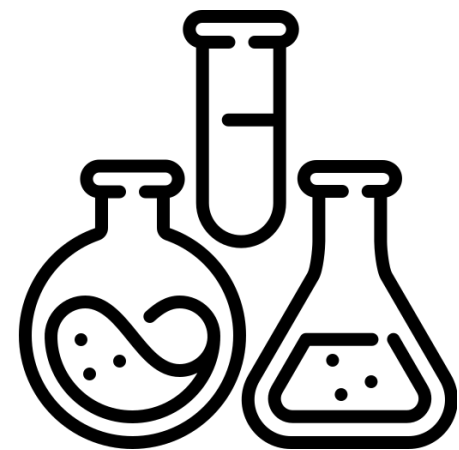
autovalutare
il proprio livello
di competenze

realizzare
una mappa
concettuale

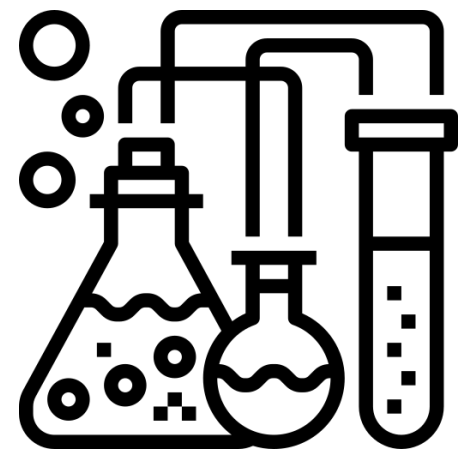
produrre
esempi da formule

**Rileviamo la differenza tra
conoscenza e conoscere**

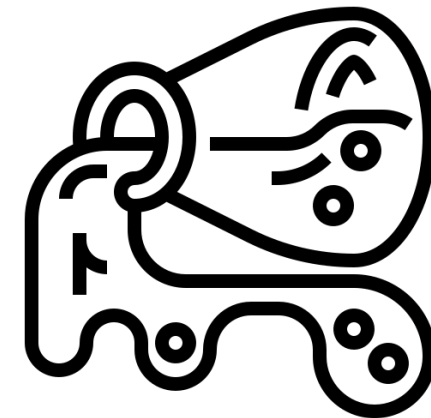
Ciascun compito ha in sé un passato e un futuro



COSA CONOSCE



COME AGISCE



COSA PRODUCE

REATTIVI

a cui gli studenti sono sottoposti nella DaD per avere indici di valutazione

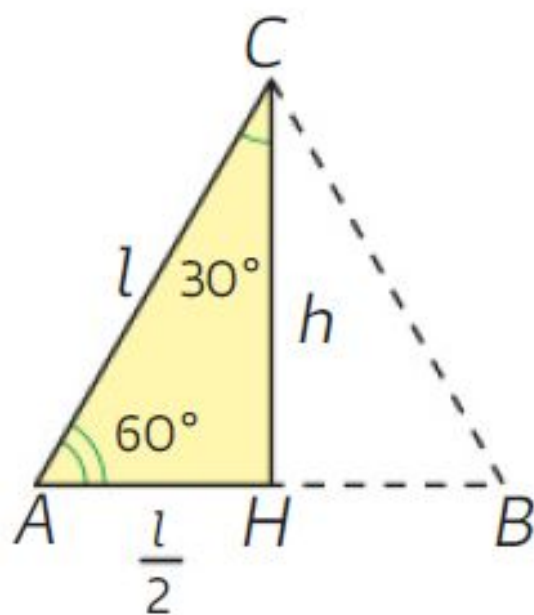
REATTIVO

*produrre esempi
da formule/regole*

Esempi - classe seconda



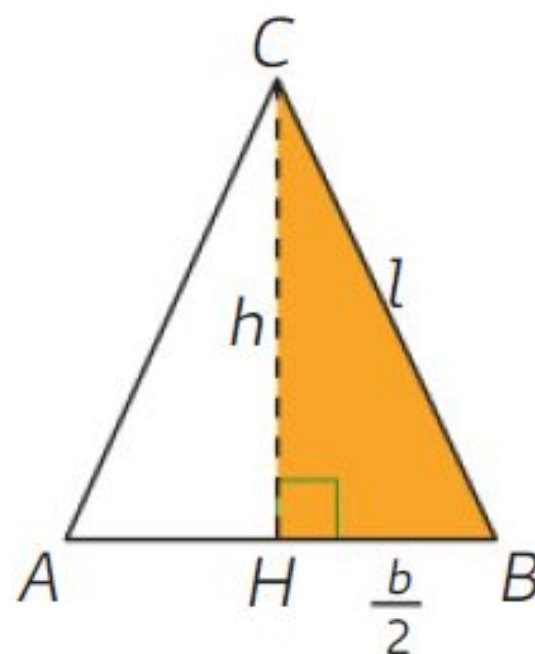
Triangolo con angoli di 30° e 60°



$$h = \frac{l}{2} \cdot \sqrt{3}$$

$$l = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}}$$

Triangolo isoscele



$$l = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$\frac{b}{2} = \sqrt{l^2 - h^2}$$

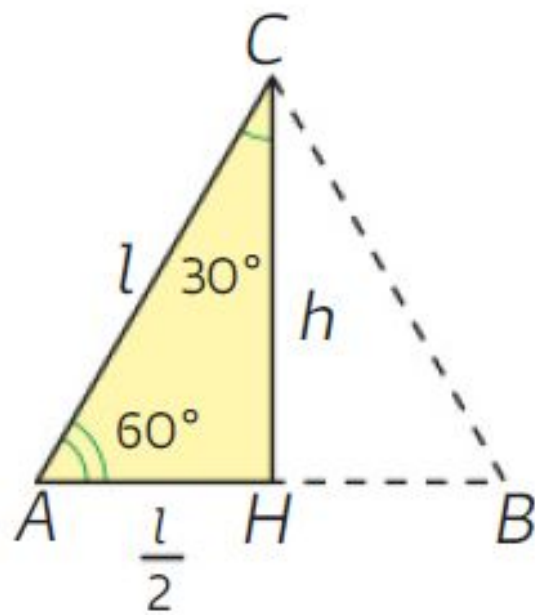
Proponi un esempio per ciascuna formula scegliendo opportunamente i dati in modo che i risultati siano numeri naturali.

STUDENTE

Proponi un esempio per ciascuna formula scegliendo opportunamente i dati in modo che i risultati siano **numeri naturali**.



Triangolo con angoli di 30° e 60°



$$h = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2} = n \in \mathbb{N}$$

$$h = \frac{\sqrt{48} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{48 \cdot 3}}{2} = \frac{\sqrt{144}}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

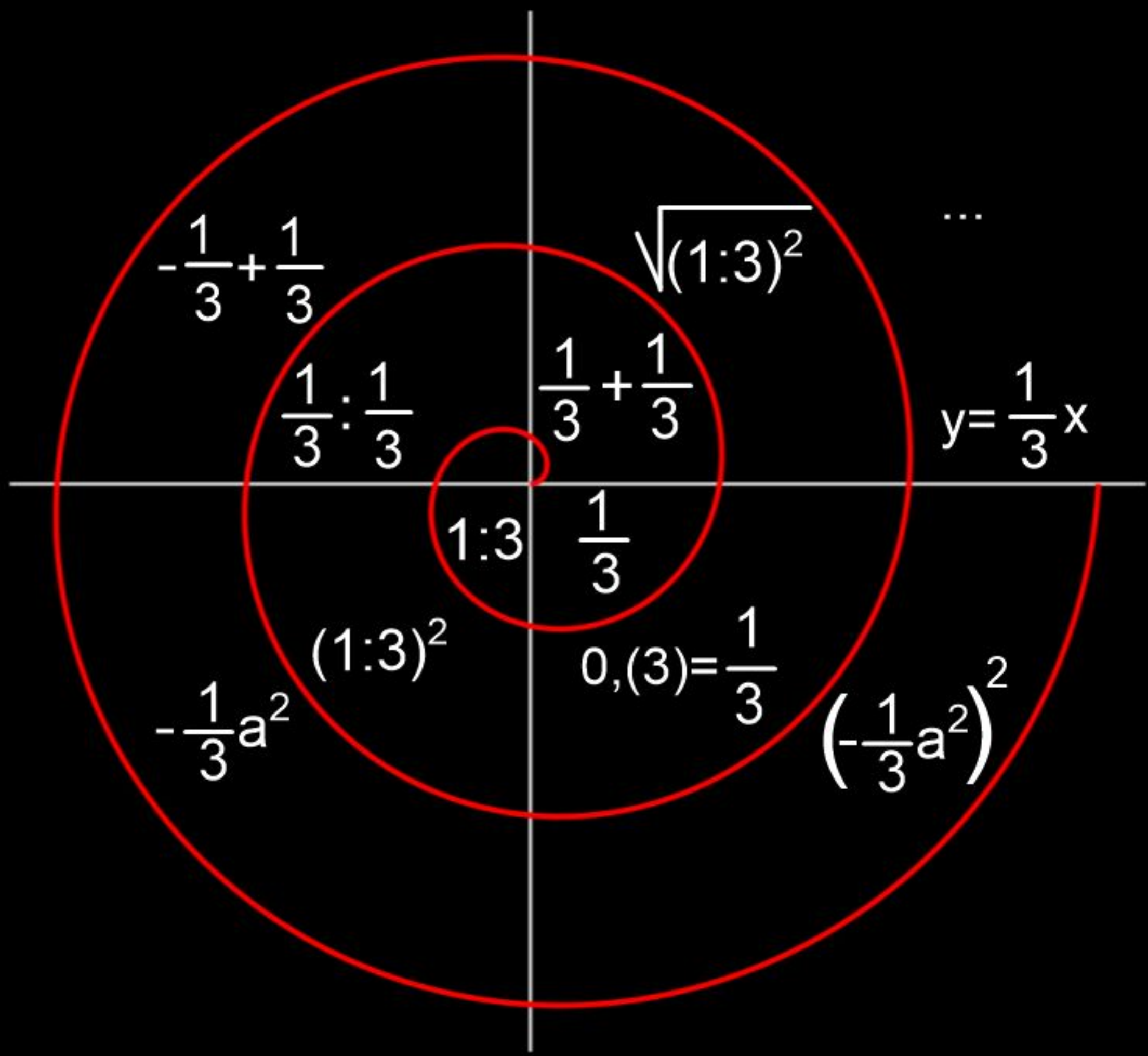
STUDENTE



Costruisci due esempi per ciascuna richiesta il cui **risultato sia 1,44**



Fase di regressione che rende il processo di apprendimento stratificato dal **principiante** (che ero) a...



SPIRALE DELLA CONOSCENZA



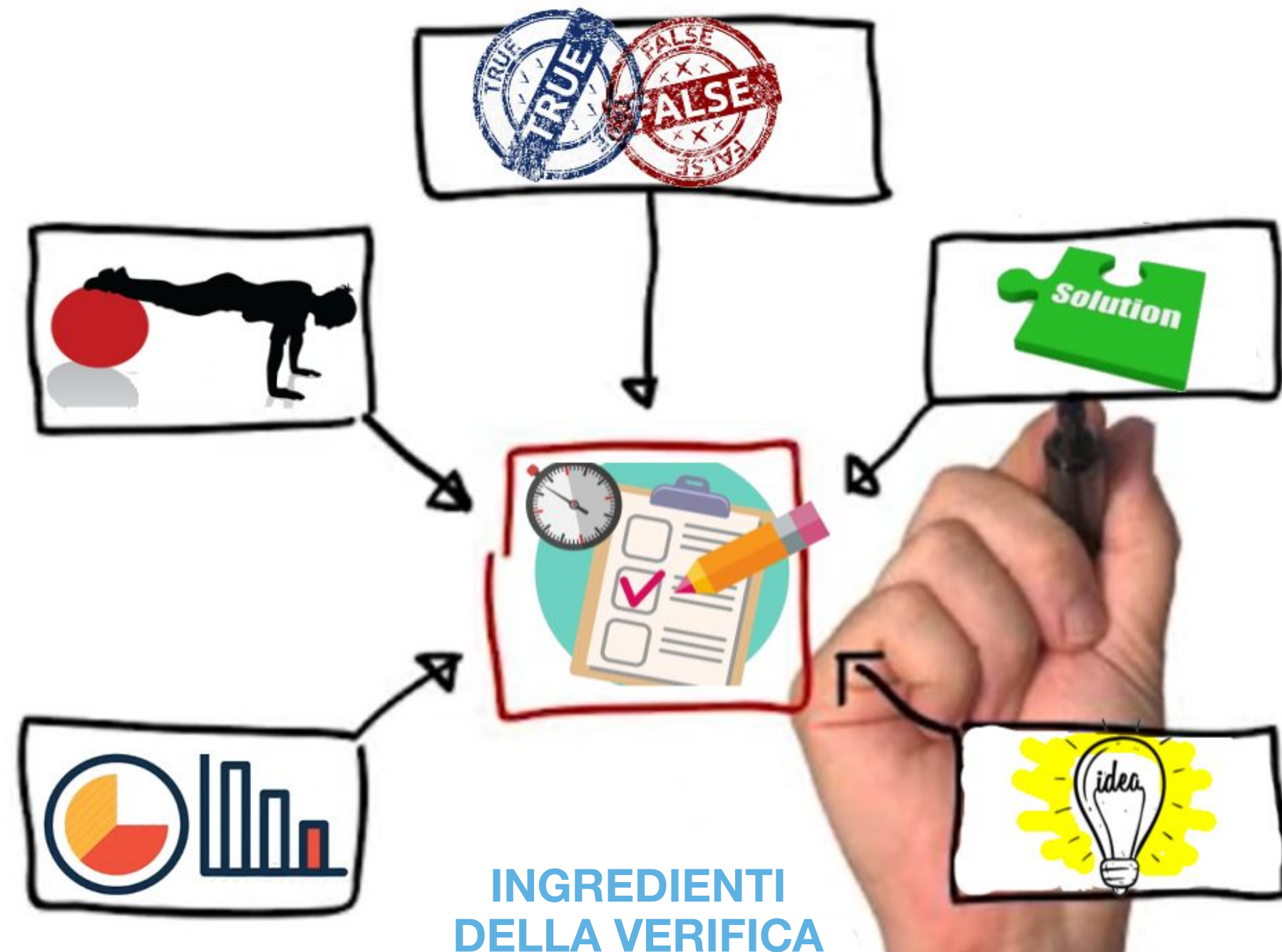
REATTIVO

**costruirsi una
verifica con
le soluzioni**

Preparate una verifica «dalla classificazione delle frazioni fino alla loro semplificazione»

Quante possibili domande ci sono per fare una verifica sulle frazioni?

Acquisizione di responsabilità e coscienza del significato del compito nel processo di apprendimento.



Verifica - Creazione di contenuti

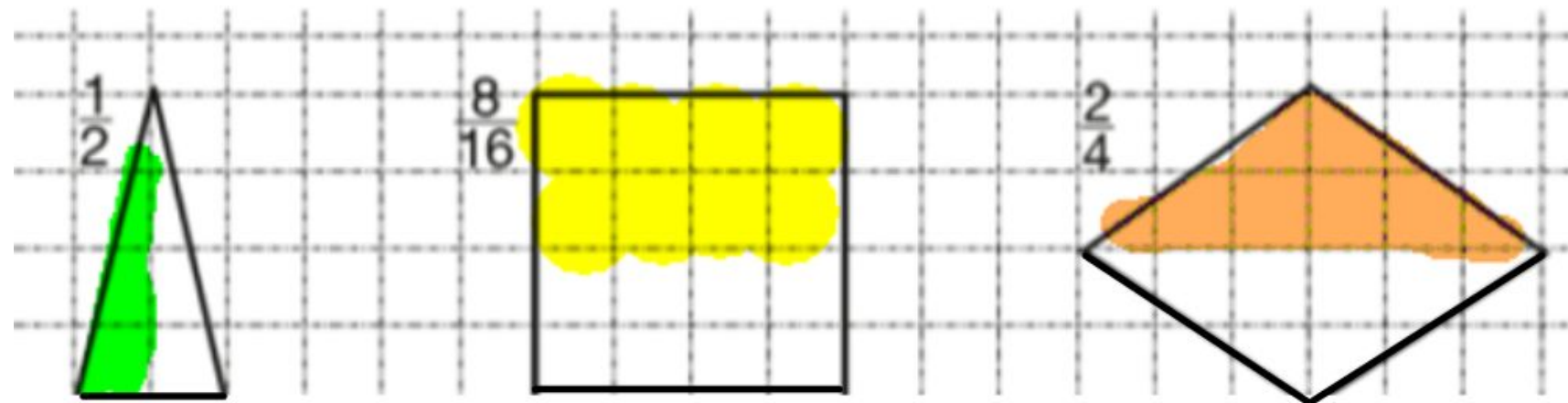
Rendere il compito più interessante



Tra una frazione impropria e una propria, qual è la maggiore?

- A** Quella che ha il numeratore maggiore. **C** Quella che ha il numeratore minore.
 B Quella propria. **D** Quella impropria.

Considera ogni figura come un intero e rappresenta con il colore la frazione indicata a lato.



Individua le frazioni riducibili e semplificalle.

A $\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$
 B $\frac{8}{45} = \dots\dots\dots$

C $\frac{15}{26} = \dots\dots\dots$
 D $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$

Inserisci il simbolo maggiore, minore o uguale tra le seguenti coppie di frazioni.

$$\frac{7}{4} > \frac{8}{5}$$

$$\frac{23}{7} < \frac{23}{6}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$$

$$\frac{3}{2} < \frac{5}{3}$$

Individua le proposizioni vere tra quelle proposte.

Una frazione è ridotta ai minimi termini se il numeratore e il denominatore sono numeri primi fra loro.

Le frazioni improprie sono maggiori dell'unità.

Una frazione è detta impropria se il numeratore è minore del denominatore.

In una frazione il denominatore deve essere sempre diverso da zero.

STUDENTE

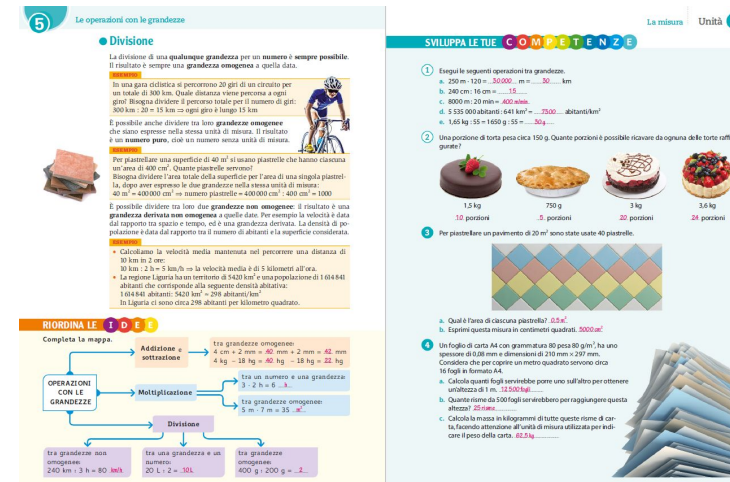
**Valutare
le scelte**

ESPLORAZIONE

IDEAZIONE

SVILUPPO

VALUTAZIONE



Riordina le idee

Lasciare un'impronta che può far cambiare l'andamento di tutta una giornata 😊

Creazione di contenuti

Acquisire massima esperienza lavorando in autonomia

Dà un valore a quanto ideato e prodotto

Strumento riflessivo di feedback

Incoraggia nel miglioramento progressivo dell'identità individuale

STUDENTE

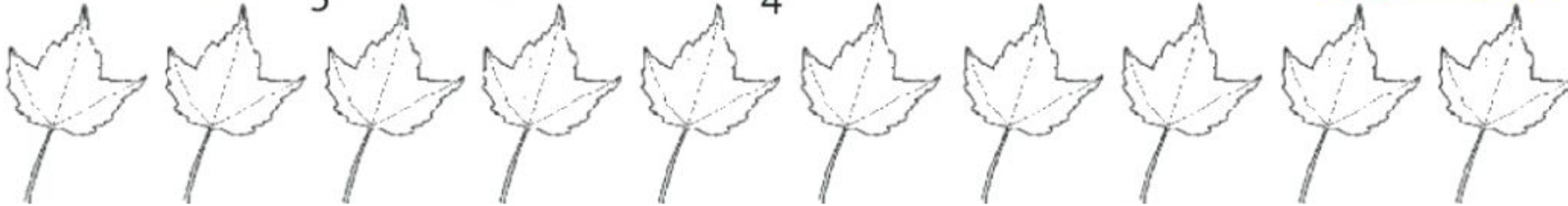
INSEGNANTE



Verifica - Creazione di contenuti

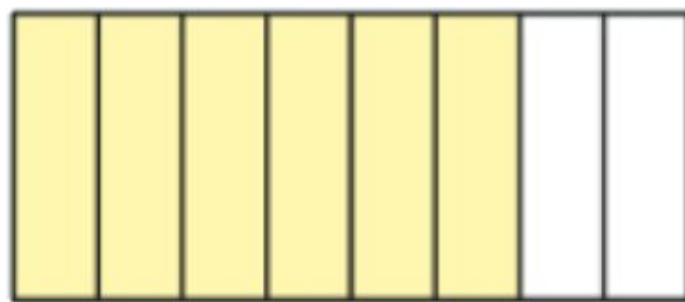


Colora di giallo $\frac{1}{5}$ delle foglie presenti e $\frac{1}{4}$ di quelle rimanenti di verde. **2 gialle e 2 verdi**



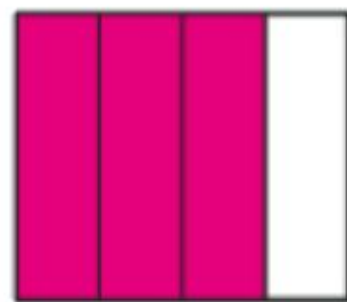
Indica quali situazioni sono impossibili o assurde.

- Al porto sono stati scaricati i $\frac{5}{3}$ del carico della nave
- Sono già arrivati i $\frac{3}{5}$ delle persone che hanno prenotato un tavolo
- Esattamente $\frac{1}{3}$ delle 20 persone a cui è stata fatta l'intervista ha risposto sì
- Ho comperato queste scarpe in offerta pagandole solo i $\frac{10}{9}$ del prezzo



$$\frac{6}{8}$$

=



$$\frac{3}{4}$$

Individua, tra quelle proposte, le coppie di frazioni equivalenti.

$\frac{5}{2}$ e $\frac{2}{5}$

$\frac{7}{9}$ e $\frac{14}{18}$

$\frac{5}{3}$ e $\frac{15}{9}$

STUDENTE

**Valutare
l'originalità**

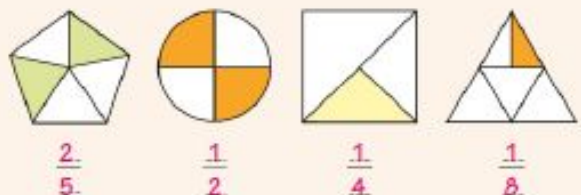
REATTIVO

autovalutare il
livello di conoscenze,
abilità e competenze

AUTOVALUTAZIONE Conoscenze e abilità

Unità 7 Le frazioni e i numeri razionali assoluti TEST

1 Per ogni figura scrivi la frazione ridotta ai minimi termini che rappresenta la parte in colore.



2 Individua le frasi VERE tra quelle proposte.

- Il denominatore indica le parti uguali in cui è diviso l'intero
- In una frazione il numeratore deve essere sempre maggiore del denominatore
- Cinque noni è una frazione propria
- Una frazione è ridotta ai minimi termini se è formata da numeri primi
- Una frazione apparente è sempre maggiore di una frazione propria

3 Tra le seguenti coppie cerchia quelle formate da frazioni equivalenti tra loro.

$\frac{4}{8}$ e $\frac{2}{6}$ $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ $\frac{14}{35}$ e $\frac{10}{25}$ $\frac{12}{53}$ e $\frac{21}{35}$

4 Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni.

$\frac{14}{49} = \frac{2}{7}$ $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$ $\frac{50}{64} = \frac{25}{32}$ $\frac{28}{24} = \frac{7}{6}$

5 Completa le seguenti uguaglianze con il termine mancante.

$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ $\frac{12}{50} = \frac{6}{25}$ $\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$ $\frac{28}{35} = \frac{4}{5}$

6 Disponi in ordine crescente le seguenti frazioni scrivendo nel quadratino l'ordinale corrispondente.

a. I $\frac{1}{5}$ c. I $\frac{1}{10}$
 b. IV $\frac{10}{4}$ d. III $\frac{10}{20}$

7 Segna con una crocetta i procedimenti esatti.

$\frac{2}{7} + \frac{5}{2}$	<input type="checkbox"/> A $\frac{2+5}{7+2}$	<input type="checkbox"/> B $\frac{2+5}{14}$	<input checked="" type="checkbox"/> C $\frac{4+35}{14}$
$\frac{3}{2} - \frac{7}{14}$	<input type="checkbox"/> A $\frac{7-3}{14-2}$	<input type="checkbox"/> B $\frac{21-7}{28}$	<input checked="" type="checkbox"/> C $\frac{21-7}{14}$
$\frac{3}{4} \cdot \frac{24}{16}$	<input checked="" type="checkbox"/> A $\frac{3 \cdot 6}{16}$	<input type="checkbox"/> B $\frac{12 \cdot 24}{16}$	<input type="checkbox"/> C $\frac{3 \cdot 24}{16}$
$\frac{6}{5} : \frac{3}{25}$	<input type="checkbox"/> A $\frac{6}{5} \cdot \frac{3}{25}$	<input checked="" type="checkbox"/> B $\frac{6}{5} \cdot \frac{25}{3}$	<input type="checkbox"/> C $\frac{6 : 3}{25}$

8 Esegui le seguenti operazioni e riduci il risultato ai minimi termini.

a. $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$	d. $\frac{4}{25} : \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$
b. $2 - \frac{5}{9} = \frac{13}{9}$	e. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$
c. $\frac{9}{5} \cdot \frac{5}{27} = \frac{1}{3}$	f. $\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

9 Risolvi le seguenti espressioni.

a. $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 : \left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{30}$
 b. $\left[\left(\frac{11}{3}\right)^4 : \left(\frac{11}{3}\right)^3 : \left(7 - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}\right]^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}$

10 Martha ha letto i sette decimi del capitolo di storia da studiare. Se il capitolo ha 20 pagine, quante ne restano da studiare? 6

11 Luana ha una raccolta di monete della Repubblica italiana (1946-2001). Ne vende 12 pezzi che corrispondono ai $\frac{2}{25}$ dell'intera raccolta. Da quante monete era composta la raccolta di Luana? 150

Confronta le tue risposte con le soluzioni a p. 469.

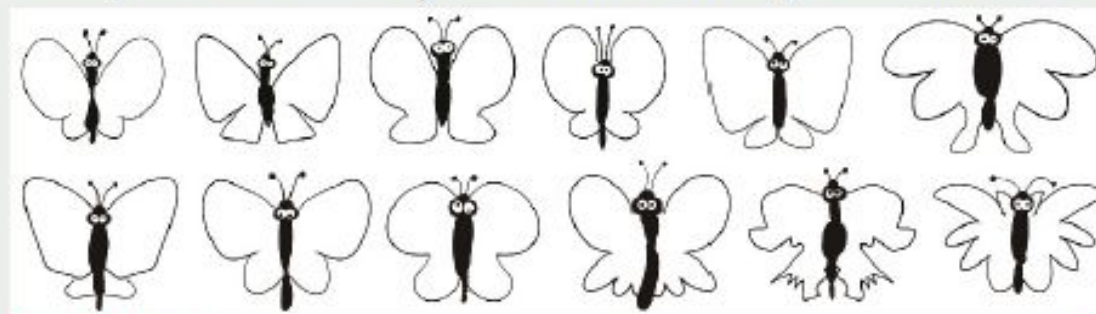
QuantI errori hai commesso?

Più di 15 errori	Da 10 a 15 errori	Meno di 10 errori

AUTOVALUTAZIONE Competenze

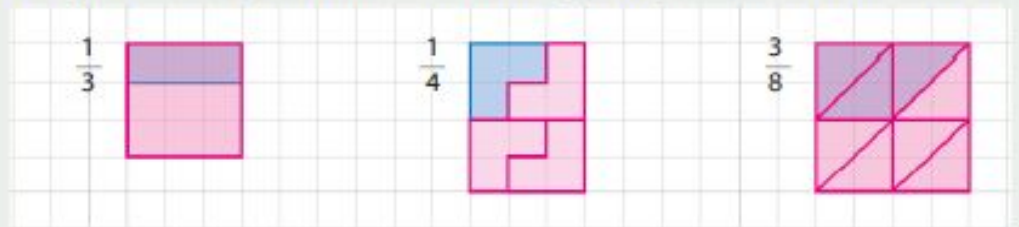
Unità 7 Le frazioni e i numeri razionali assoluti

1 Colora $\frac{1}{6}$ delle farfalle di rosso, $\frac{2}{5}$ delle rimanenti di giallo e $\frac{1}{3}$ delle restanti di blu.



2 rosse; 4 gialle; 2 blu Punti /3

2 Disegna l'intero, sapendo che ciascuna immagine rappresenta la frazione indicata.



Punti /5

3 Valentina lo scorso anno è andata a Londra e vi è rimasta in tutto cinque giorni. Se afferma che è stata nella capitale inglese per $\frac{1}{73}$ di anno, significa che è stato un anno bisestile? Motiva la risposta. No perché $\frac{1}{73}$ di 365 = 5.

Dennis invece nel 2020 è andato a Parigi e vi è rimasto in tutto 61 giorni. Se afferma che è stato nella capitale francese per $\frac{1}{6}$ di anno, significa che l'anno 2020 è stato un anno bisestile? Motiva la risposta. Sì perché $\frac{1}{6}$ di 366 = 61.

Punti /3

4 Una bevanda è composta per $\frac{1}{8}$ da succo di limone, $\frac{5}{8}$ da succo di carota e per la restante parte da succo di pompelmo. Se ho a disposizione 8 L di pompelmo, quanto succo di limone e di carota occorre per utilizzare tutta la quantità di pompelmo disponibile? Quante caraffe da mezzo litro potrò preparare? 4 L; 20 L; 64

Punti /4

Confronta le tue risposte con le soluzioni a p. 470. Quale punteggio hai raggiunto?

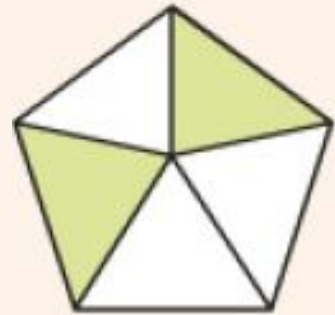
Punteggio	< 6	da 6 a 9	da 10 a 13	> 13
Livello	D - Iniziale	C - Base	B - Intermedio	A - Avanzato



Autovalutazione - Conoscenze e abilità



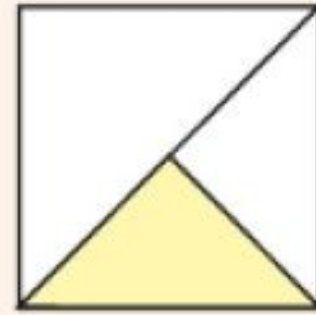
1 Per ogni figura scrivi la frazione ridotta ai minimi termini che rappresenta la parte in colore.



$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{8}$$

Completa le seguenti uguaglianze con il termine mancante.

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$$

$$\frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{27}{45}$$

$$\frac{28}{35} = \frac{4}{5}$$

Martha ha letto i sette decimi del capitolo di storia da studiare. Se il capitolo ha 20 pagine, quante ne restano da studiare? 6

Esegui le seguenti operazioni e riduci il risultato ai minimi termini.

$$\text{a. } \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$$

$$\text{d. } \frac{4}{25} : \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\text{b. } 2 - \frac{5}{9} = \frac{13}{9}$$

$$\text{e. } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\text{c. } \frac{9}{5} \cdot \frac{5}{27} = \frac{1}{3}$$

$$\text{f. } \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 : \left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{30}$$

Confronta le tue risposte Quanti errori hai commesso?



Più di 15 errori



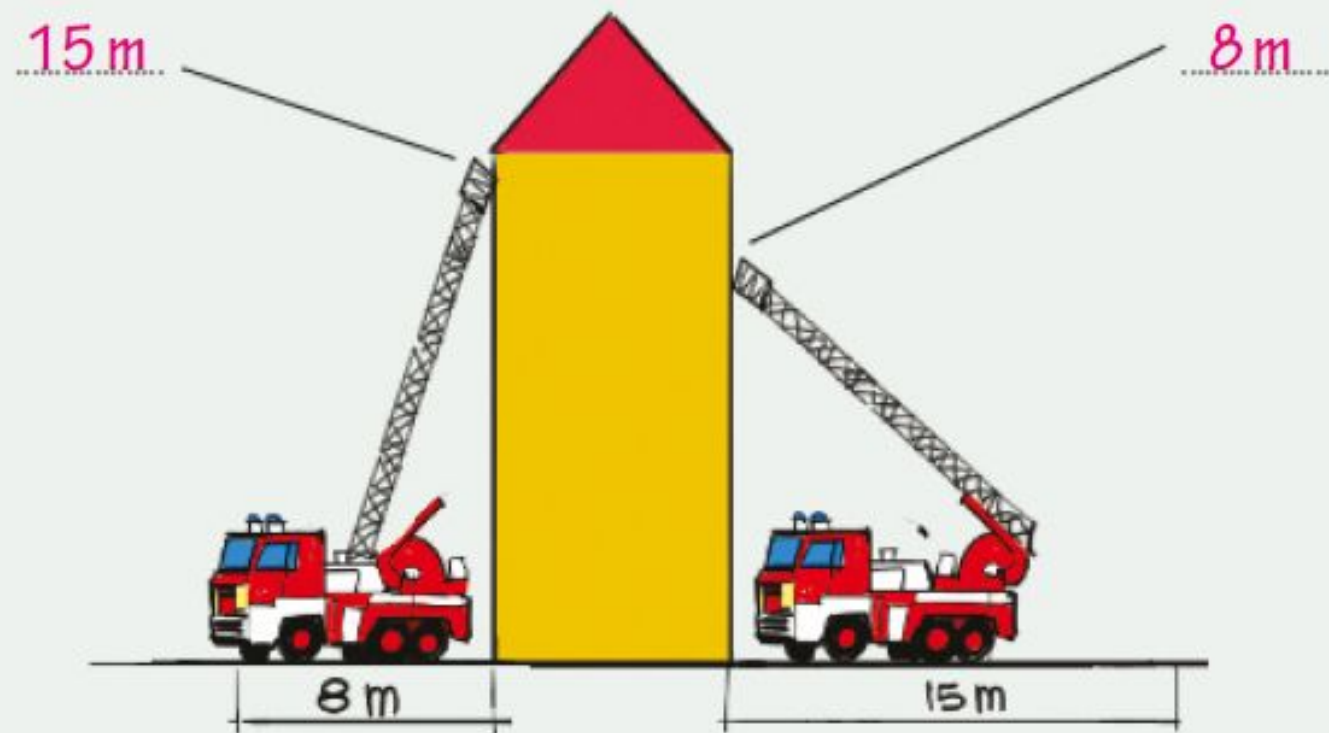
Da 10 a 15 errori



Meno di 10 errori

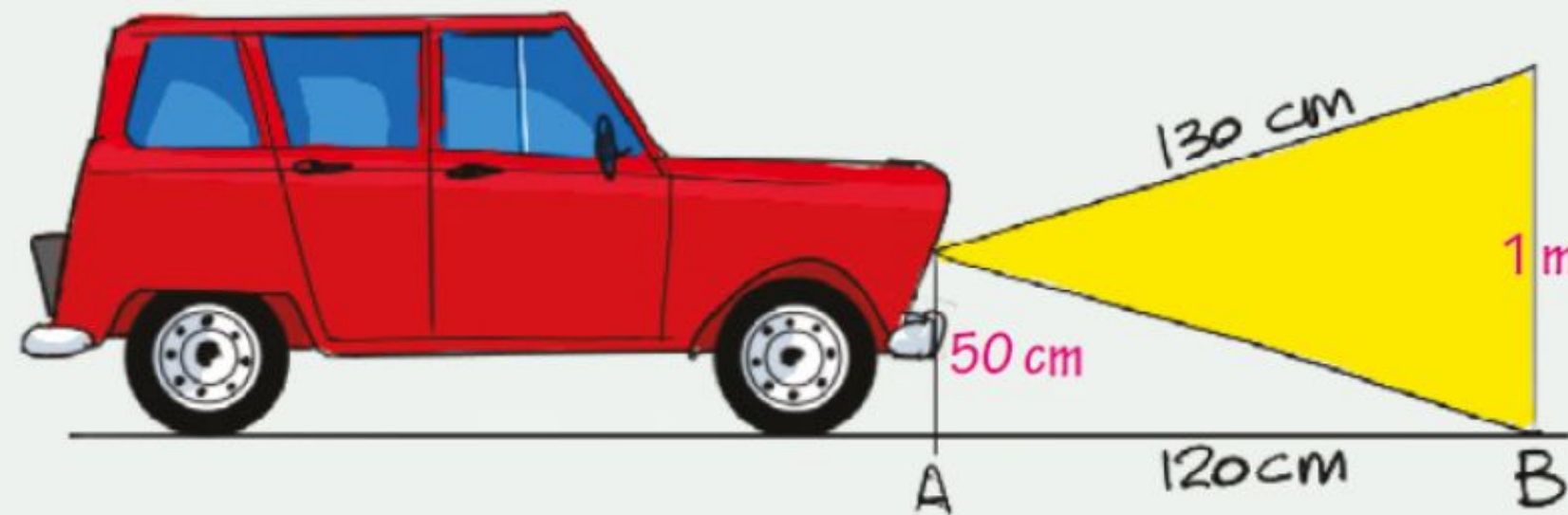
Autovalutazione - Competenze

Calcola l'altezza massima raggiungibile utilizzando la scala, lunga al massimo dell'estensione pari a 17 m, nelle due seguenti condizioni di parcheggio del mezzo dei Vigili del Fuoco.



Punti /3

Osservando l'immagine stabilisci l'altezza del fanale da terra e l'altezza massima raggiunta dal fascio di luce a una distanza di 1,20 m dall'automobile.



Punti /4

Confronta le tue risposte con le soluzioni.

Quale punteggio hai raggiunto?

Punteggio	< 6	da 6 a 9	da 10 a 13	> 13
Livello	D - Iniziale	C - Base	B - Intermedio	A - Avanzato



Autovalutazione - Competenze



Confronta le tue risposte con le soluzioni.		Quale punteggio hai raggiunto?			
Punteggio	< 6	da 6 a 9	da 10 a 13	> 13	
Livello	D - Iniziale	C - Base	B - Intermedio	A - Avanzato	

Livello	Descrizione del livello
D - Iniziale	L'alunno/a, se opportunamente guidato/a, svolge compiti semplici in situazioni note.
C - Base	L'alunno/a svolge compiti semplici anche in situazioni nuove, mostrando di possedere conoscenze e abilità fondamentali e di saper applicare basilari regole e procedure apprese.
B - Intermedio	L'alunno/a svolge compiti e risolve problemi in situazioni nuove, compie scelte consapevoli mostrando di saper utilizzare le conoscenze e le abilità acquisite.
A - Avanzato	L'alunno/a svolge compiti e risolve problemi complessi, mostrando padronanza nell'uso delle conoscenze e delle abilità; propone e sostiene le proprie opinioni e assume in modo responsabile decisioni consapevoli.

Autovalutazione - su più Unità

Dagli insiemi alle potenze

Confronta le tue risposte con le soluzioni a p. 469.

Quanti errori hai commesso?



Più di 20 errori



Da 10 a 20 errori



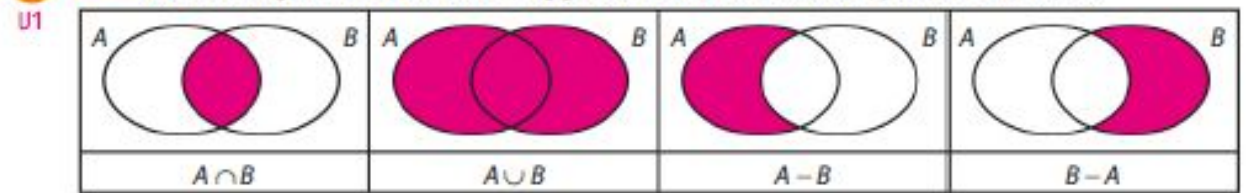
Meno di 10 errori



1 **CONOSCENZE** Indica quali dei seguenti raggruppamenti definiscono un insieme. Per questi indica se sono infiniti o finiti e in quest'ultimo caso indicane la cardinalità.

- U1**
- A Gli attori preferiti
- B I giorni della settimana *finito; 7*
- C I numeri pari *infinito*
- D I numeri più piccoli

2 **ABILITÀ** Considera gli insiemi A e B e tratteggia la zona che evidenzia l'operazione indicata.



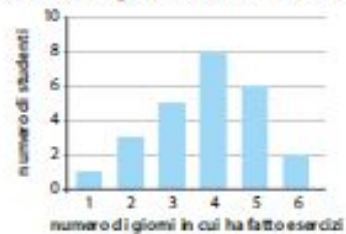
3 **CONOSCENZE** Per ogni tipologia di indagine, indica il metodo di rilevamento che ritieni più idoneo.

- U2**
- a. Censimento della popolazione completo per campione
- b. Preferenze politiche prima delle elezioni completo per campione
- c. Indagine sulle ore trascorse sui social network dai giovani completo per campione

4 **ABILITÀ** Per ognuna delle seguenti indagini, indica quale rappresentazione grafica utilizzeresti. In alcuni casi, è possibile indicare due opzioni.

- U2**
- a. Andamento delle temperature
 A grafico torta B cartogramma C diagramma a barre D grafico a linee
- b. Sport praticato dagli allievi
 A grafico torta B cartogramma C diagramma a barre D grafico a linee
- c. Andamento delle vendite trimestrali
 A grafico torta B cartogramma C diagramma a barre D grafico a linee
- d. Densità di popolazione per regione
 A grafico torta B cartogramma C diagramma a barre D grafico a linee

5 **ABILITÀ** L'insegnante ha chiesto ai suoi allievi quanti giorni della scorsa settimana si siano esercitati in matematica. Il grafico riporta le risposte date dagli allievi in modo anonimo.



- U2**
- a. Da quanti allievi è formata la classe? *25*
- b. Quanti allievi hanno fatto esercizio per almeno tre giorni? *21*
- c. Quanti allievi si sono esercitati per più di quattro giorni? *8*

6 **CONOSCENZE** Per ciascuno dei seguenti numeri indica quanto vale la cifra dei decimi.

- U3**
- a. 245 *0* c. 2,45 *4*
- b. 24,5 *5* d. 0,245 *2*

7 **ABILITÀ** Inserisci tra i due valori il simbolo corretto scegliendo tra =, > e <.

- U3**
- a. 124 decine *>* 12,4 decimi
- b. 124 unità *<* 12,4 centinaia
- c. 124 decine *=* 1,24 migliaia
- d. 12,4 decimi *=* 1240 millesimi

8 **ABILITÀ** Scrivi il più piccolo e il più grande numero di tre cifre distinte ottenibili con le cifre 6, 4, e 2. Calcola la loro differenza.

U3 *642 - 246 = 396*

9 **ABILITÀ** Scrivi il più grande numero di quattro cifre minore di 6000 che abbia tutte le cifre uguali. Scrivi il più piccolo numero di quattro cifre maggiore di 5000 che abbia le cifre tutte diverse tra loro. Calcola la loro differenza. *5555 - 5012 = 543*

10 **CONOSCENZE** Completa la tabella seguente indicando se l'operazione ha o meno risultato nell'insieme N. Se l'operazione è possibile in N indicare il risultato.

12 - 3	<i>9</i>
12 : 3	<i>4</i>
8 - 9	<i>∉ N</i>
9 · 0	<i>0</i>
0 - 1	<i>∉ N</i>
0 · 1	<i>0</i>
3 - 3	<i>0</i>
25 : 2	<i>∉ N</i>
0 · 0	<i>0</i>
8 : 8	<i>1</i>
0 : 2	<i>0</i>
13 - 0	<i>13</i>

11 **CONOSCENZE** Calcola il valore della seguente espressione aritmetica.

U4 $4 \cdot [13 - (7 \cdot 3 - 2 \cdot 9) : 3 - 2] - 1$ *39*

12 **ABILITÀ** Giacomo e Giovanni hanno in tutto 32 €, ma Giacomo ha il triplo di quanto possiede Giovanni.

- U4**
- a. Quanto ha Giovanni? *8 €*
- b. Quanto ha Giacomo? *24 €*

13 **ABILITÀ** Una penna, una matita e una gomma costano complessivamente 7,50 €. Se compri solo la matita e la penna spendi 6 €. Quanto costano 5 gomme?

- U4**
- A 8,50 € B 7,50 €
- C 7,00 € D 6,50 €

14 **ABILITÀ** In occasione dell'inizio della scuola, Marco ha comperato 7 quaderni da 1,50 € l'uno, 4 penne da 1,20 € l'una e un diario da 6,25 €. Se riceve di resto 8,45 €, quanto ha dato al cartolaio? *30 €*

15 **ABILITÀ** Un negozio propone in affitto le biciclette con un costo fisso di 12 € cui si aggiungono 6 € per ora di utilizzo. Se Ubaldo ha pagato 60 €, per quante ore ha usato la bicicletta? *8 ore*

16 **ABILITÀ** Matteo e Roberto hanno insieme 60 anni e Matteo ha 10 anni più di Roberto. Quanti anni ha Roberto e quanti Matteo?

U4 *25; 35*

17 **CONOSCENZE** Trasforma le seguenti operazioni in moltiplicazioni o potenze secondo i casi.

- U5**
- a. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^7$
- b. $3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4$
- c. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$
- d. $1^9 = 1$
- e. $5^0 = 1$
- f. $5^2 = 25$

18 **CONOSCENZE** Calcola il valore delle seguenti potenze.

- U5**
- a. $2^5 = 32$ d. $(2^3)^2 = 2^6$
- b. $8^1 = 8$ e. $25^2 : 5^2 = 5^2$
- c. $3^3 = 27$ f. $5^9 : 5^5 = 5^4$

19 **CONOSCENZE** Calcola il valore delle seguenti espressioni esprimendo il risultato come potenza.

- U5**
- a. $2^5 : 2^3 = 2^2$ d. $(2^3)^2 = 2^6$
- b. $8^2 \cdot 8^4 = 8^6$ e. $25^2 : 5^2 = 5^2$
- c. $2^2 \cdot 3^2 = 6^2$ f. $5^9 : 5^5 = 5^4$

20 **ABILITÀ** Quanti erano i nonni dei nonni dei tuoi nonni?

- U5** A 16 B 32 C 64 D 128

21 **ABILITÀ** Calcola il valore della seguente espressione.

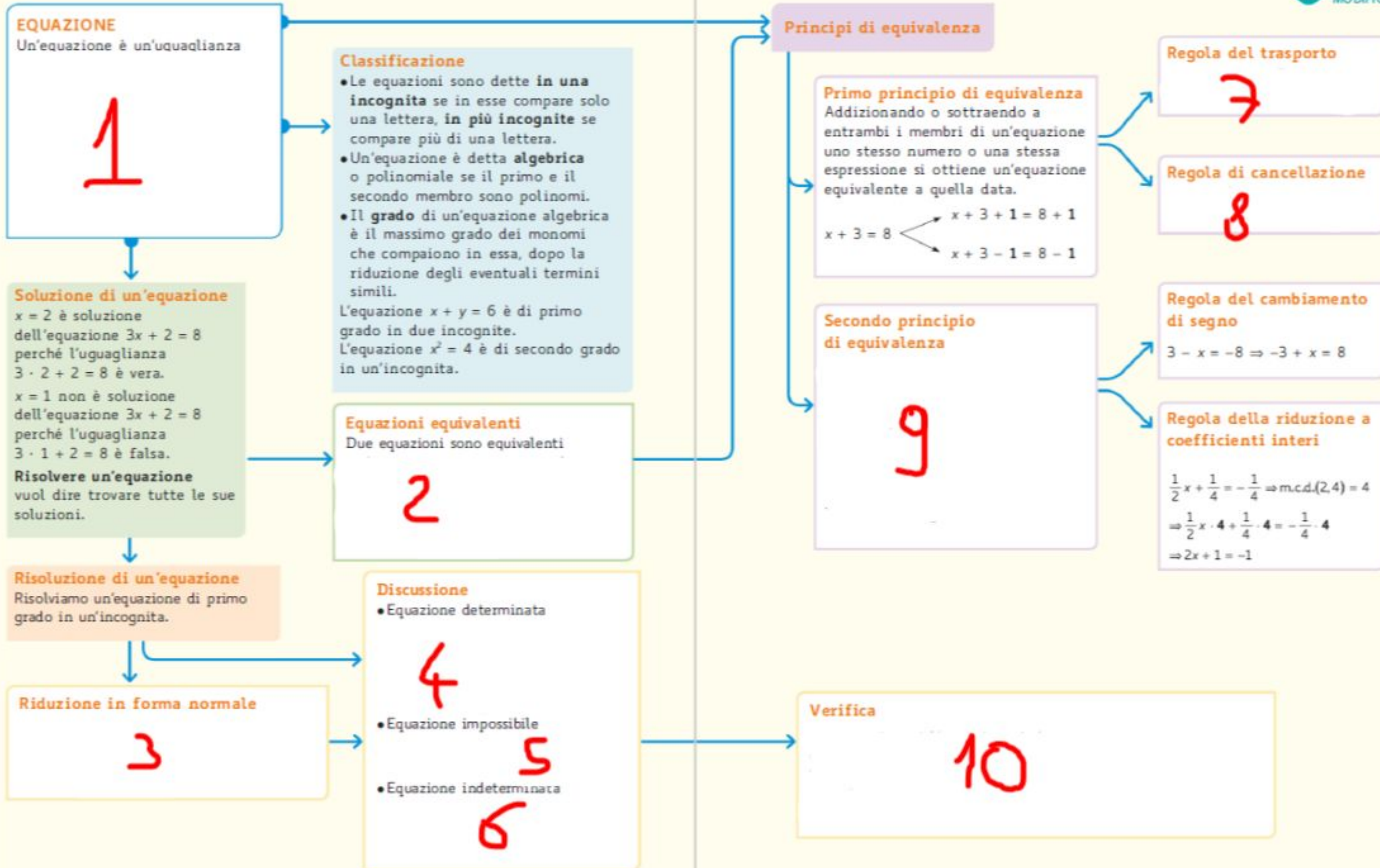
U5 $2 \cdot [3^2 - (7 \cdot 3 - 2 \cdot 3^2) : 3 - 2^3 : 2^4] - 3^0$ *11*

Valutazione come affiancamento nello sviluppo dell'apprendimento: **PROCESSO DINAMICO DEL PENSIERO**



REATTIVO

**costruire mappe
concettuali**



INSEGNANTE

Completa la mappa



STUDENTE

VALUTAZIONE

MAPPA CONCETTUALE

- 1) Tra due espressioni letterali
- 2) Se hanno le stesse soluzioni
- 3) $7x = 21$
- 4) Ha come soluzione un numero
- 5) Ha come soluzione nessun numero
- 6) Qualsiasi numero è soluzione
- 7) $10 - x = 4 - 10$
TRASPORTO
- 8) $2 + x = 8 + 2$
ELIMINO
- 9) Moltiplicando o dividendo entrambi i membri per uno stesso numero ($\neq 0$) l'equazione non cambia
- 10) Sostituisco nel testo la soluzione trovata

2) Se hanno le stesse soluzioni

9) Moltiplicando o dividendo entrambi i membri per uno stesso numero ($\neq 0$) l'equazione non cambia

10) Sostituisco nel testo la soluzione trovata



MAPPA MODIFICABILE



EQUAZIONE

Un'equazione è un'uguaglianza

TRA DUE
ESPRESSIONI

Soluzione di un'equazione

$x = 2$ è soluzione dell'equazione $3x + 2 = 8$ perché l'uguaglianza $3 \cdot 2 + 2 = 8$ è vera.

$x = 1$ non è soluzione dell'equazione $3x + 2 = 8$ perché l'uguaglianza $3 \cdot 1 + 2 = 8$ è falsa.

Risolvere un'equazione vuol dire trovare tutte le sue soluzioni.

Risoluzione di un'equazione

Risolviamo un'equazione di primo grado in un'incognita.

Riduzione in forma normale

$ax = b \rightarrow x = \frac{b}{a}$
COPRODOTTO
INCIGNITA
NOTO

Classificazione

- Le equazioni sono dette in una **incognita** se in esse compare solo una lettera, in **più incognite** se compare più di una lettera.
- Un'equazione è detta **algebraica** o polinomiale se il primo e il secondo membro sono polinomi.
- Il **grado** di un'equazione algebraica è il massimo grado dei monomi che compaiono in essa, dopo la riduzione degli eventuali termini simili.

L'equazione $x + y = 6$ è di primo grado in due incognite.
L'equazione $x^2 = 4$ è di secondo grado in un'incognita.

Equazioni equivalenti

Due equazioni sono equivalenti

SE HANNO
LA STESSA
SOLUZIONE

Discussione

- Equazione determinata

$3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$

- Equazione impossibile

$3x = 0$

- Equazione indeterminata

$0x = 0$

Principi di equivalenza

Primo principio di equivalenza

Addizionando o sottraendo a entrambi i membri di un'equazione uno stesso numero o una stessa espressione si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

$x + 3 = 8$
 $\begin{cases} x + 3 + 1 = 8 + 1 \\ x + 3 - 1 = 8 - 1 \end{cases}$

Secondo principio di equivalenza

MOLTIPLICANDO O DIVIDENDO ENTRAMBE LE PARTI DI UN'EQUAZIONE PER UNO STESSO NUMERO SI OTTIENE UN'EQUAZIONE EQUIVALENTE A QUELLA INIZIALE

Regola del trasporto

$2x + 4 = 6$
 $2x = 6 - 4$
 CAMBIO SEGNO DA UNA PARTE ALL'ALTRA

Regola di cancellazione

$7x + 2 = 3x + 2$
 $5x =$
 CANCELO ENTRAMBI

Regola del cambiamento di segno

$3 - x = -8 \Rightarrow -3 + x = 8$

Regola della riduzione a coefficienti interi

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{m.c.d.}(2,4) = 4$
 $\Rightarrow \frac{1}{2}x \cdot 4 + \frac{1}{4} \cdot 4 = -\frac{1}{4} \cdot 4$
 $\Rightarrow 2x + 1 = -1$

Verifica

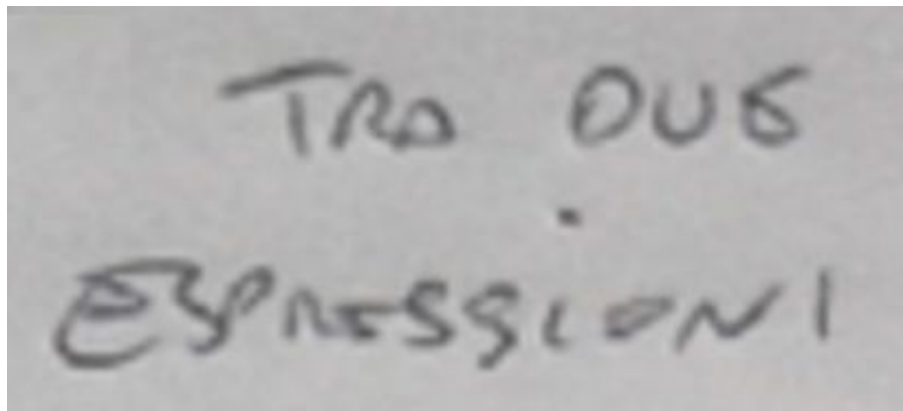
SI SOSTITUISCE IL VALORE DELLA SOLUZIONE NELL'EQUAZIONE INIZIALE E SI VERIFICA L'UGUAGLIANZA

STUDENTE

Creazione di contenuti

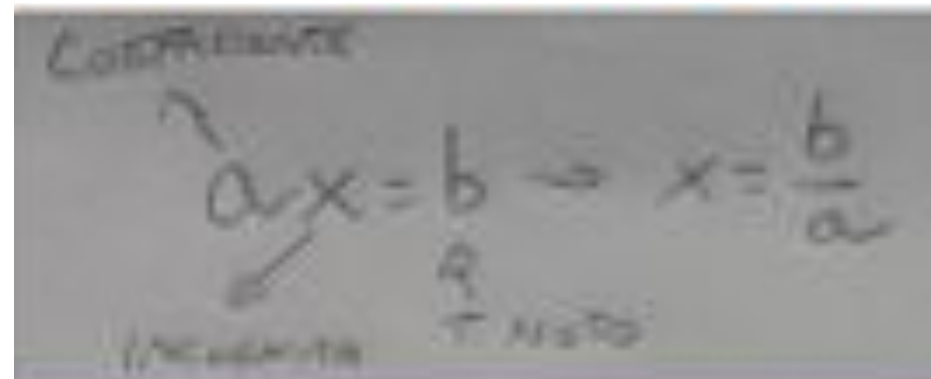
EQUAZIONE

Un'equazione è un'uguaglianza



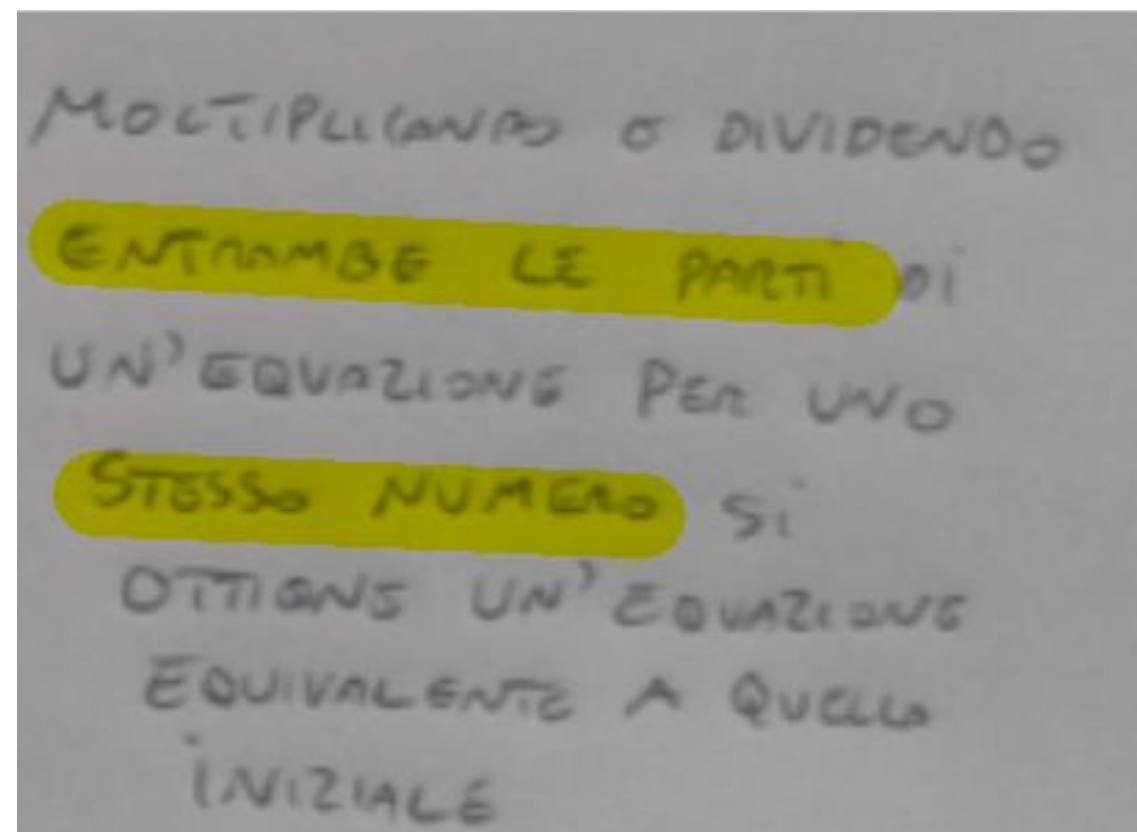
TRA DUE
ESPRESSIONI

Riduzione in forma normale



COEFFICIENTE
 $ax = b \rightarrow x = \frac{b}{a}$
INCIGNITA NUMERO

Secondo principio di equivalenza



MOLTIPLICANDO O DIVIDENDO
ENTRAMBE LE PARTI DI
UN'EQUAZIONE PER UNO
STESSO NUMERO SI
OTTIENE UN'EQUAZIONE
EQUIVALENTE A QUELLA
INIZIALE



STUDENTE

VALUTAZIONE

Creazione di contenuti

MAPPA CONCETTUALE



numero	definizione/esempio
1	Un'uguaglianza tra due espressioni contenente un'incognita
2	Se hanno la stessa soluzione
3	$8x=16$ poi $8/8x=16/8$ poi $x=2$
4	$-10x=20$ poi $x = -2$
5	$0x=2$ perché $x=2/0$ e non si può dividere per 0 un numero diverso da 0
6	$0x=0$ perché $x=0/0$ e $0:0$ è indeterminato
7	Portando un termine da un membro all'altro lo devo cambiare di segno
8	Elimino un termine uguale ai due membri
9	Moltiplicando o dividendo entrambi i membri per uno stesso numero diverso da 0 si ottiene un'altra equazione equivalente a quella iniziale
10	Sostituisco il valore trovato della x al testo e verifico se si ottiene un'uguaglianza numerica

MAPPA CONCETTUALE

numero	definizione/esempio
1	Un'uguaglianza tra due espressioni contenente un'incognita
2	Se hanno la stessa soluzione
3	$8x=16$ poi $8/8x=16/8$ poi $x=2$
4	$-10x=20$ poi $x = -2$
5	$0x=2$ perché $x=2/0$ e non si può dividere per 0 un numero diverso da 0
6	$0x=0$ perché $x=0/0$ e $0:0$ è indeterminato
7	Portando un termine da un membro all'altro lo devo cambiare di segno
8	Elimino un termine uguale ai due membri
9	Moltiplicando o dividendo entrambi i membri per uno stesso numero diverso da 0 si ottiene un'altra equazione equivalente a quella iniziale
10	Sostituisco il valore trovato della x al testo e verifico se si ottiene un'uguaglianza numerica





REATTIVO

domande per
chiarire i dubbi



Creazione di contenuti - Classe prima

Valutazione diffusa e continua con colloqui/conversazioni durante le lezioni e non solo al termine

Ho seguito la videolezione e preso appunti, poi ho studiato dal libro e ho le seguenti domande.

Non ho capito se una frazione apparente è impropria o è solo apparente.

È obbligatorio semplificare all'inizio? Lo si può fare alla fine o non semplificare mai?

Il doppio di $\frac{7}{4}$ è $\frac{14}{8}$? Ho scritto negli appunti che è $\frac{7}{2}$ ma credo di aver capito male.

Sono più antichi i numeri con la virgola o le frazioni?

Che cos'è la frazione reciproca di una frazione?

Non ho capito se una frazione apparente è impropria o è solo apparente.

● La classificazione delle frazioni

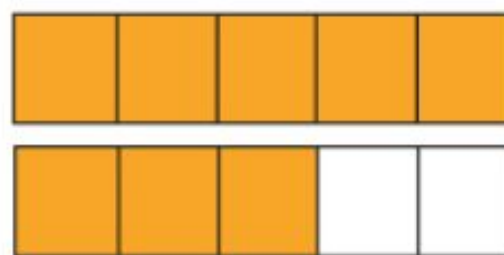
Una frazione si dice **propria** quando il numeratore è minore del denominatore. Come quoziente, è un numero minore di 1. Come operatore, è una parte più piccola dell'intero. $\frac{n}{d}$ con $n < d$, $\frac{n}{d} = n : d < 1$

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8 < 1$$



Una frazione si dice **impropria** quando il numeratore è maggiore o uguale al denominatore. Come quoziente, è un numero maggiore o uguale a 1. Come operatore, è una parte più grande o uguale all'intero. $\frac{n}{d}$ con $n \geq d$, $\frac{n}{d} = n : d \geq 1$

$$\frac{8}{5} = 8 : 5 = 1,6 \geq 1$$



Una frazione si dice **apparente** quando il numeratore è un multiplo del denominatore, diverso da zero. Come quoziente, è un numero naturale diverso da zero. Come operatore, rappresenta uno o più interi.

$$\frac{10}{5} = 10 : 5 = 2 \in \mathbb{N}$$



Osserviamo che le frazioni apparenti sono particolari frazioni improprie.





**È obbligatorio semplificare all'inizio?
Lo si può fare alla fine o non semplificare mai?**

Per agevolare i calcoli può essere utile ridurre ai minimi termini le frazioni presenti.

Testo	Senza ridurre ai minimi termini	Riducendo ai minimi termini
$\frac{4}{3} - \frac{3}{12} + \frac{9}{18} - \frac{3}{4} =$	$\frac{4}{3} - \frac{3}{12} + \frac{9}{18} - \frac{3}{4} =$ $= \frac{48 - 9 + 18 - 27}{36} =$ $= \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$	$\frac{4}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4} =$ $= \frac{16 - 3 + 6 - 9}{12} =$ $= \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

Il doppio di $\frac{7}{4}$ è $\frac{14}{8}$?

Ho scritto negli appunti che è $\frac{7}{2}$
ma credo di aver capito male.

$$\frac{7}{4} \quad 7:4=1,75 \quad \longrightarrow \quad 1,75 \cdot 2 = 3,5$$

$$\frac{7}{4} \cdot 2 = \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{7}{2} \quad 7:2=3,5$$

non il
doppio

$$\frac{7 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

proprietà invariante

il successivo di
3 è 4, qual è il
successivo di
 $\frac{3}{5}$?



Se le domande riveleranno ripetutamente la loro efficacia, l'alunno se ne accorgerà e potenzierà il modello applicandolo in contesti differenti.





REATTIVO

**classificare
e quantificare
errori**



Dare il via a un piccolo cambiamento

Quale errore vincerà?

TIPOLOGIA DI ERRORE	CAUSA	FREQUENZA ASSOLUTA F											
Ho commesso un errore di CALCOLO	Tabelline												
	Distrazione												
	Non conosco le regole/proprietà di calcolo												
Ho commesso un errore nella COMPrensione	Lettura errata e frettolosa												
	Non conoscevo i termini utilizzati												
Ho INTERPRETATO male un disegno/grafico	Fretta												
	Trovo difficile collegare la figura ai dati												
	Non ho controllato												
Ho commesso un errore di TRASCRIZIONE	Fretta / Distrazione												
	Pessima calligrafia												
Ho commesso un errore di PROCEDIMENTO	Fretta												
	Era un caso particolare												
	Proprietà												
	Manca di studio delle regole												

«incidenti»
programmati

STUDENTE



TIPOLOGIA DI ERRORE	CAUSA	FREQUENZA ASSOLUTA F									
Ho commesso un errore di CALCOLO	Tabelline										
	Distrazione	X	X	X	X						
	Non conosco le regole/proprietà di calcolo										
Ho commesso un errore nella COMPrensione	Lettura errata e frettolosa	X	X								
	Non conoscevo i termini utilizzati	X									
Ho INTERPRETATO male un disegno/grafico	Fretta	X	X	X							
	Trovo difficile collegare la figura ai dati	X									
	Non ho controllato	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Ho commesso un errore di TRASCRIzIONE	Fretta / Distrazione										
	Pessima calligrafia	X	X	X							
Ho commesso un errore di PROCEDIMENTO	Fretta										
	Era un caso particolare	X									
	Proprietà										
	Manca nza di studio delle regole										

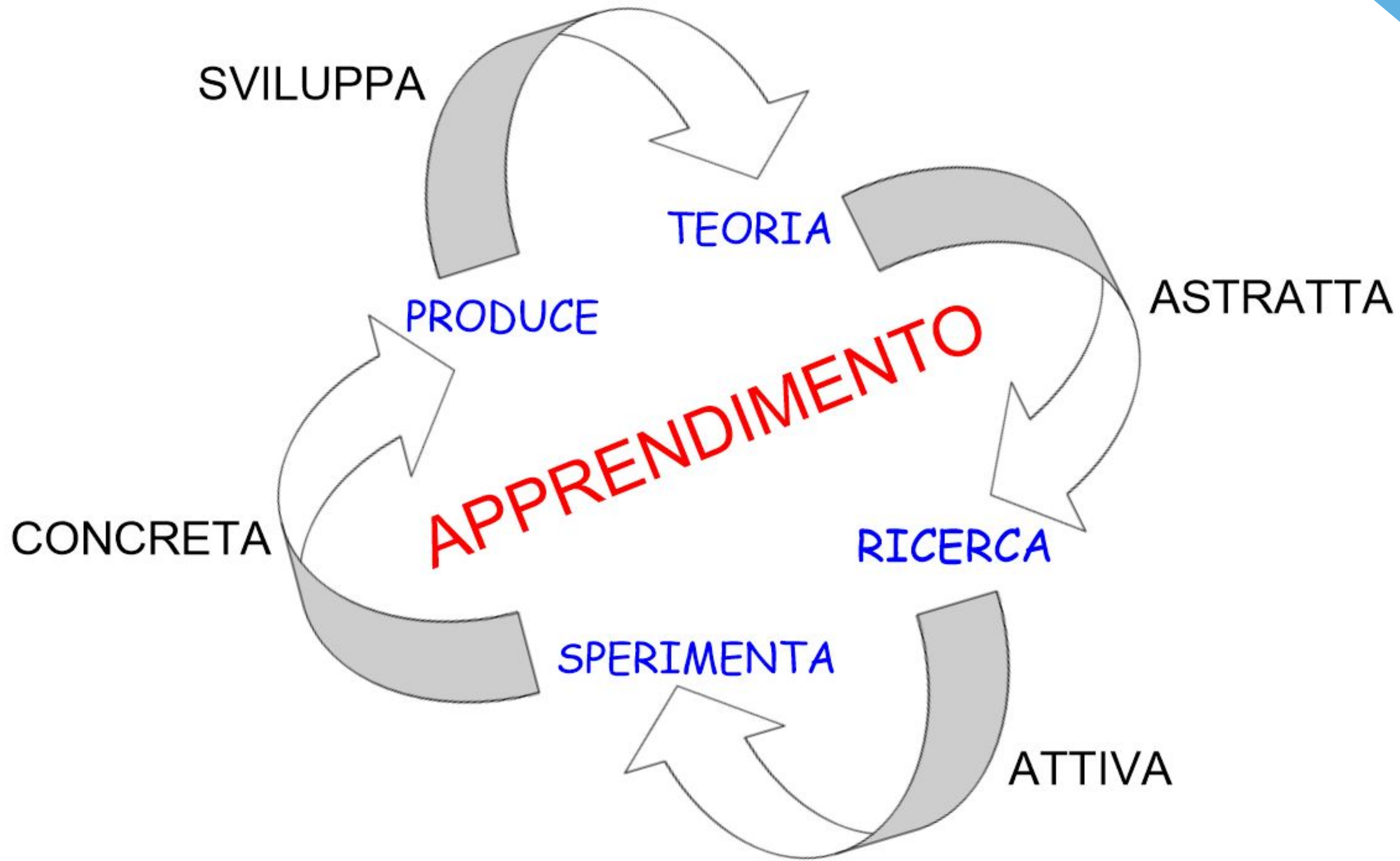
Attuare situazioni in cui il cambiamento può avere luogo

Trovare nella propria «storia» le risorse per superare le difficoltà

Obiettivi per il prossimo mese? Meta immediata e raggiungibile

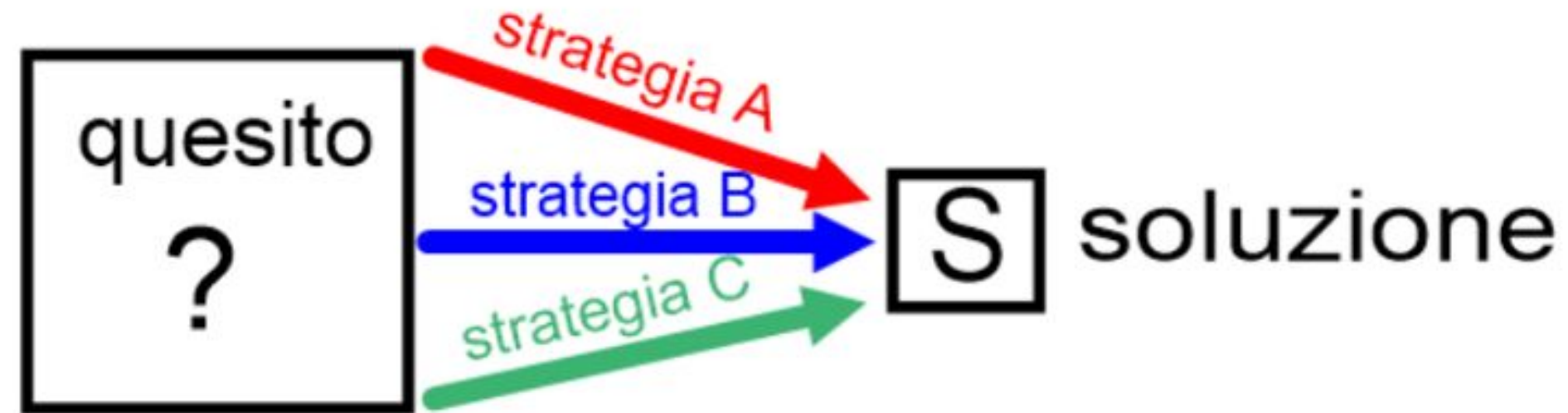
REATTIVO

confrontare più
strategie risolutive





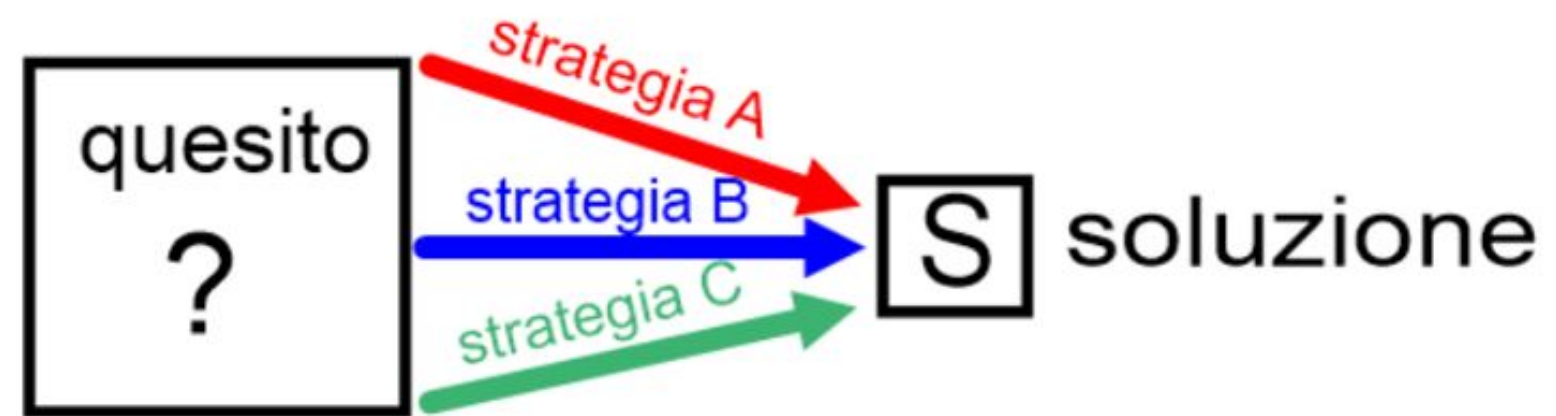
quesiti con più
strategie convergenti



Mutare più volte il punto di vista

Calcola il M.C.D. tra 8 e 20 con differenti metodi.

quesiti con più
strategie convergenti



Calcola il M.C.D. tra 8 e 20 con differenti metodi.

Chiedendo qualcosa di inaspettato,
si inducono gli altri a rivedere il proprio modo di pensare



OBBLIGO PENSARE

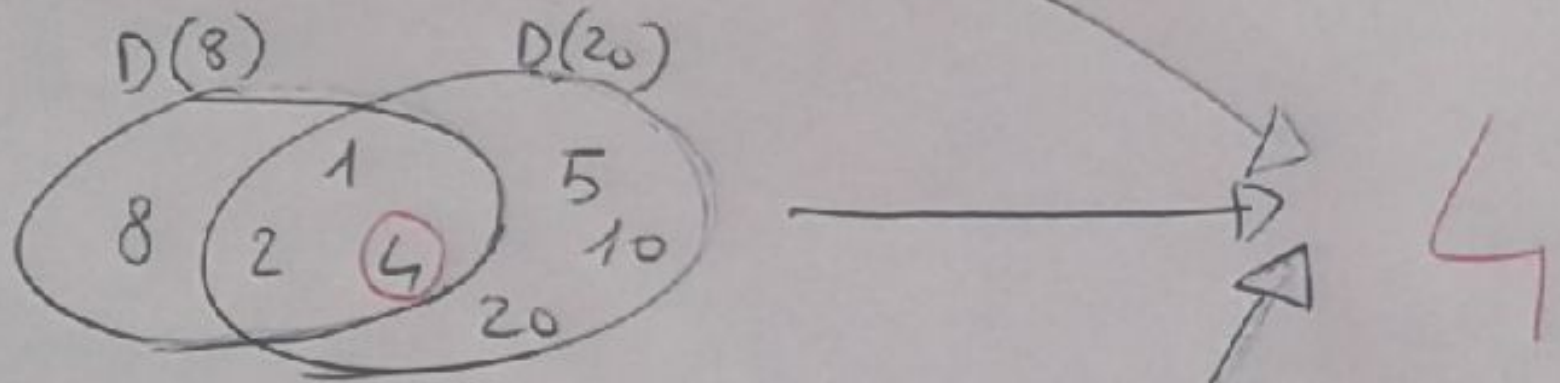
$$\text{M.C.D.}(8; 20) =$$

1) TUTTI i DIVISORI

$$D(8) = 1; 2; \textcircled{4}; 8$$

$$D(20) = 1; 2; \textcircled{4}; 5; 10; 20$$

2) EULERO-VENN



3) SCOMPOSIZIONE FATTORI PRIMI

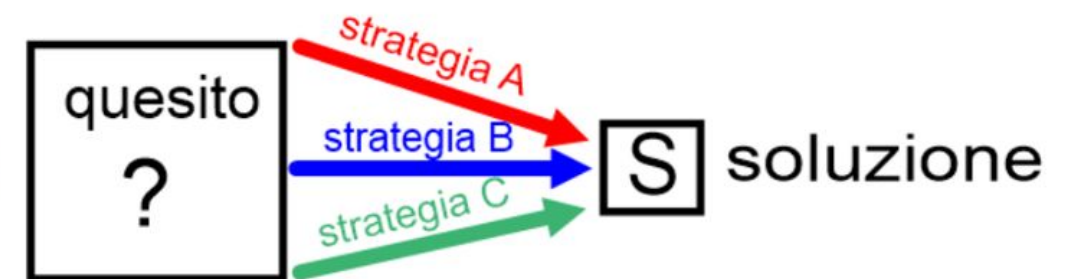
$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \cdot 5 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

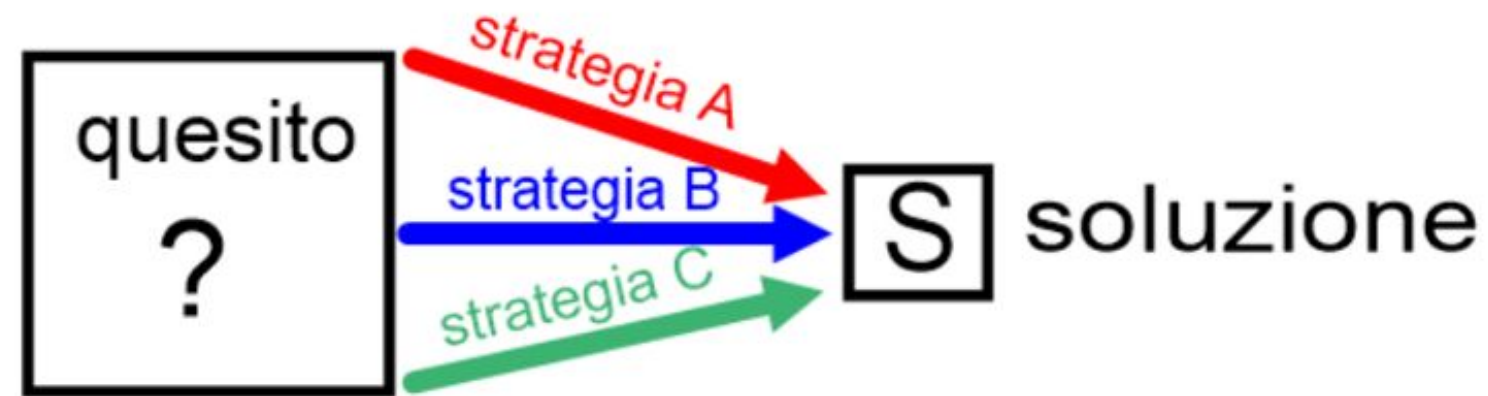
$$\left. \begin{array}{l} 8 = 2^3 \\ 20 = \textcircled{2}^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow 2^2 = \textcircled{4}$$

STUDENTE

quesiti con più strategie convergenti



quesiti con più
strategie convergenti



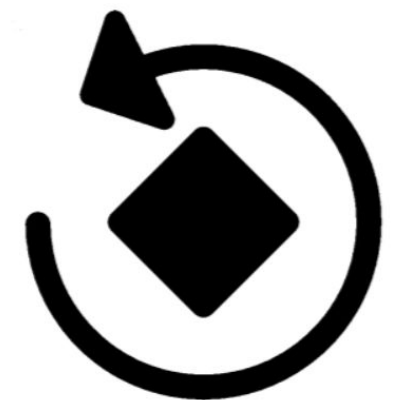
Quesito da risolvere con **almeno due** strategie

Un quadrato ha la diagonale che misura 9 cm. Calcola il suo perimetro. Arrotonda, se necessario, il valore ai centesimi.

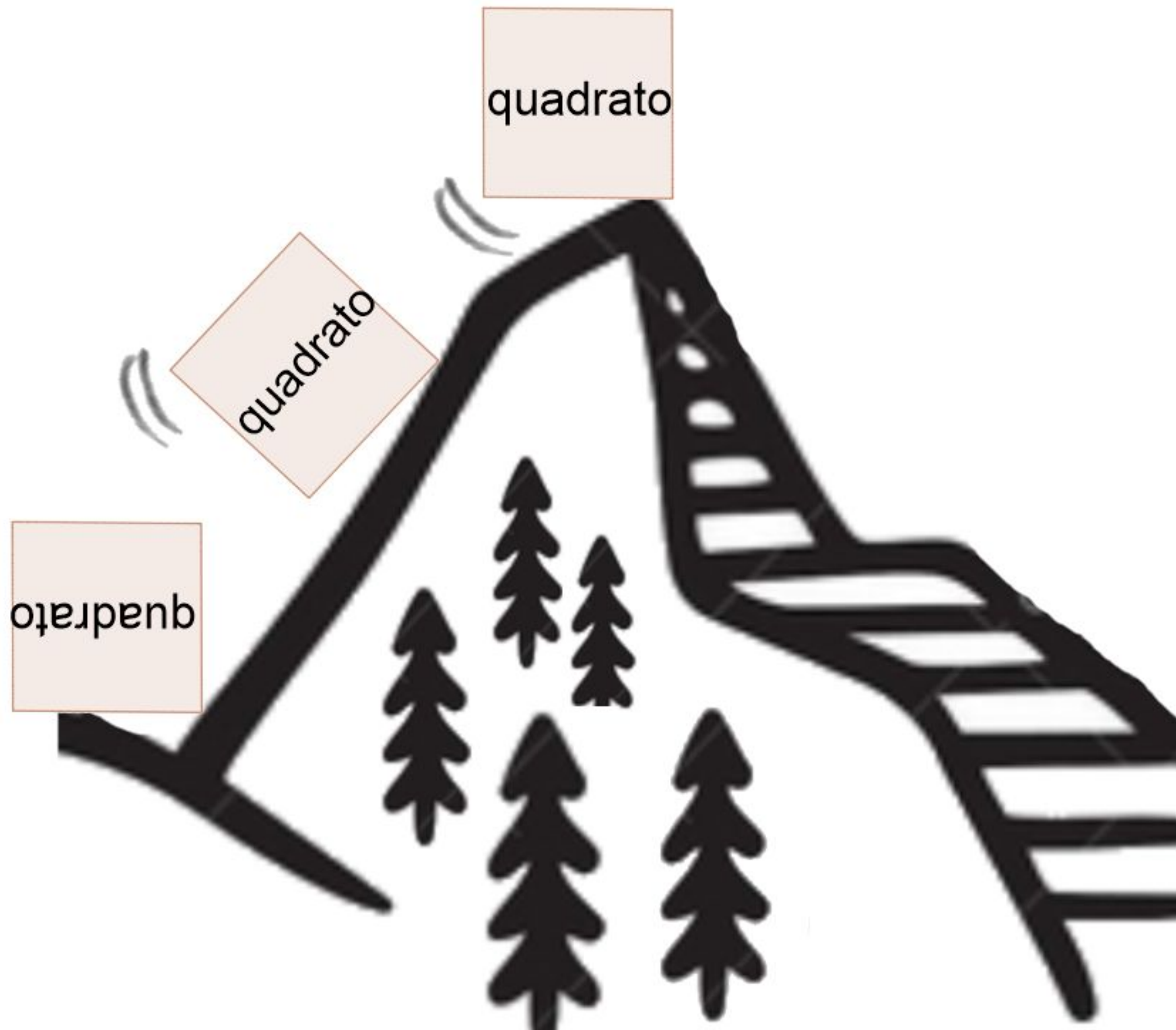
Dati $d = 9 \text{ cm}$

Domande

$p = ?$



INSEGNANTE



Idea di movimento

Cambiare il modo
abitudinario
di pensare alle
cose...di controllare
i propri risultati

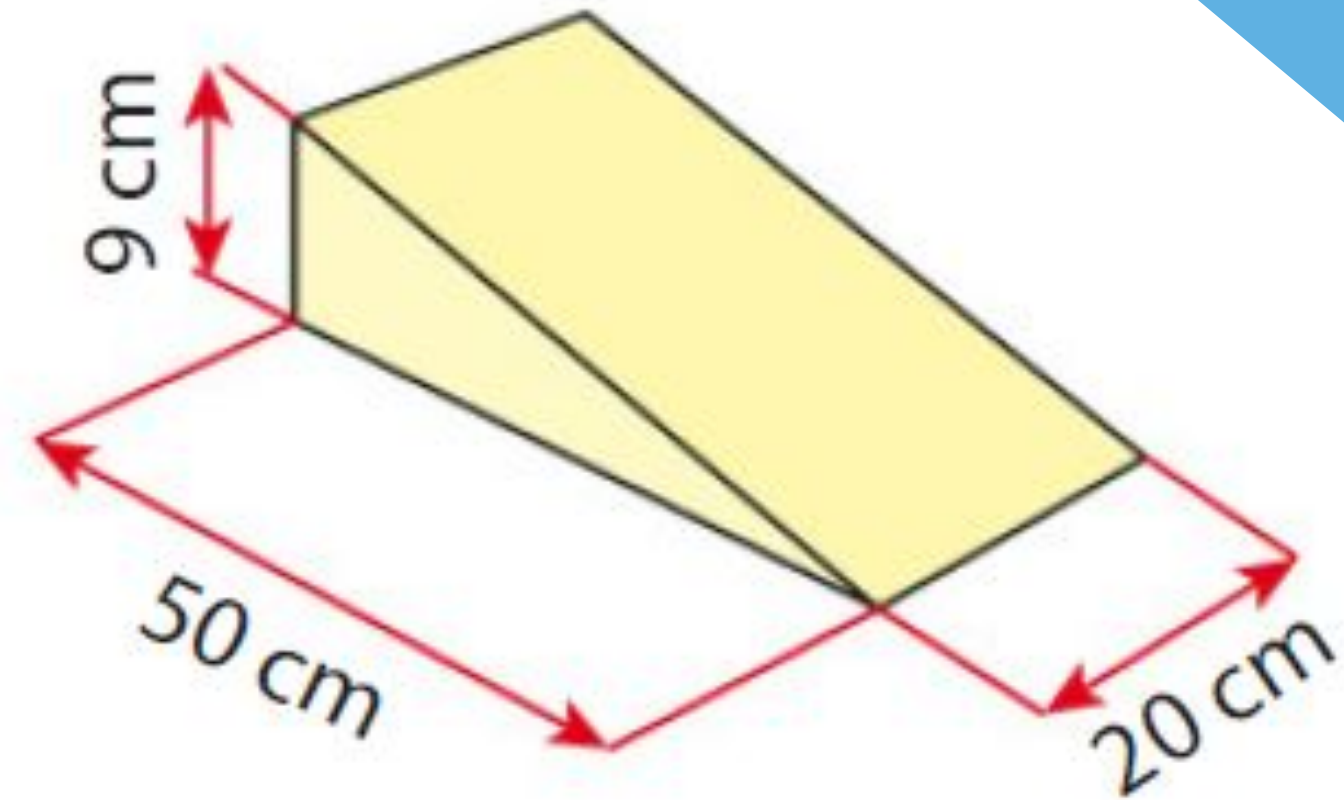
Tutti i lati risultano per il lettore obliqui tranne proprio quello che per convenzione è chiamato obliquo



Classe 1^a



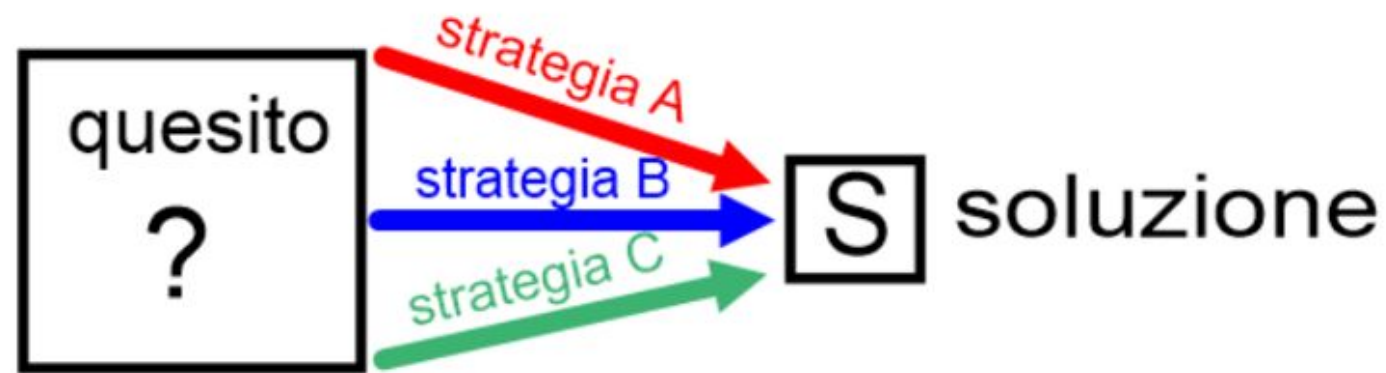
Classe 3^a



Esperienze che li portano a distinguere, a guardare le cose da un'angolazione o una prospettiva diversa: utile competenza trasversale



quesiti con più strategie convergenti



Metodo con formule dirette e inverse

Formule

$$A = \frac{d^2}{2}$$

$$l = \sqrt{A}$$

$$p = 4 \cdot l$$

Calcoli

$$A = \frac{9^2}{2} = \frac{81}{2} = 40,5 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{40,5} \approx 6,3639 \text{ cm}$$

$$p = 4 \cdot 6,36 = \mathbf{25,44 \text{ cm}}$$

Metodo con l'applicazione del teorema di Pitagora

Formule

$$l = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

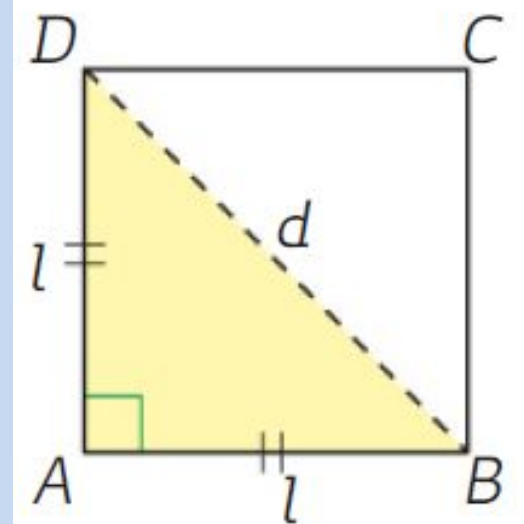
$$p = 4 \cdot l$$

Calcoli

$$l = \frac{9}{\sqrt{2}} \approx 6,3639 \text{ cm}$$

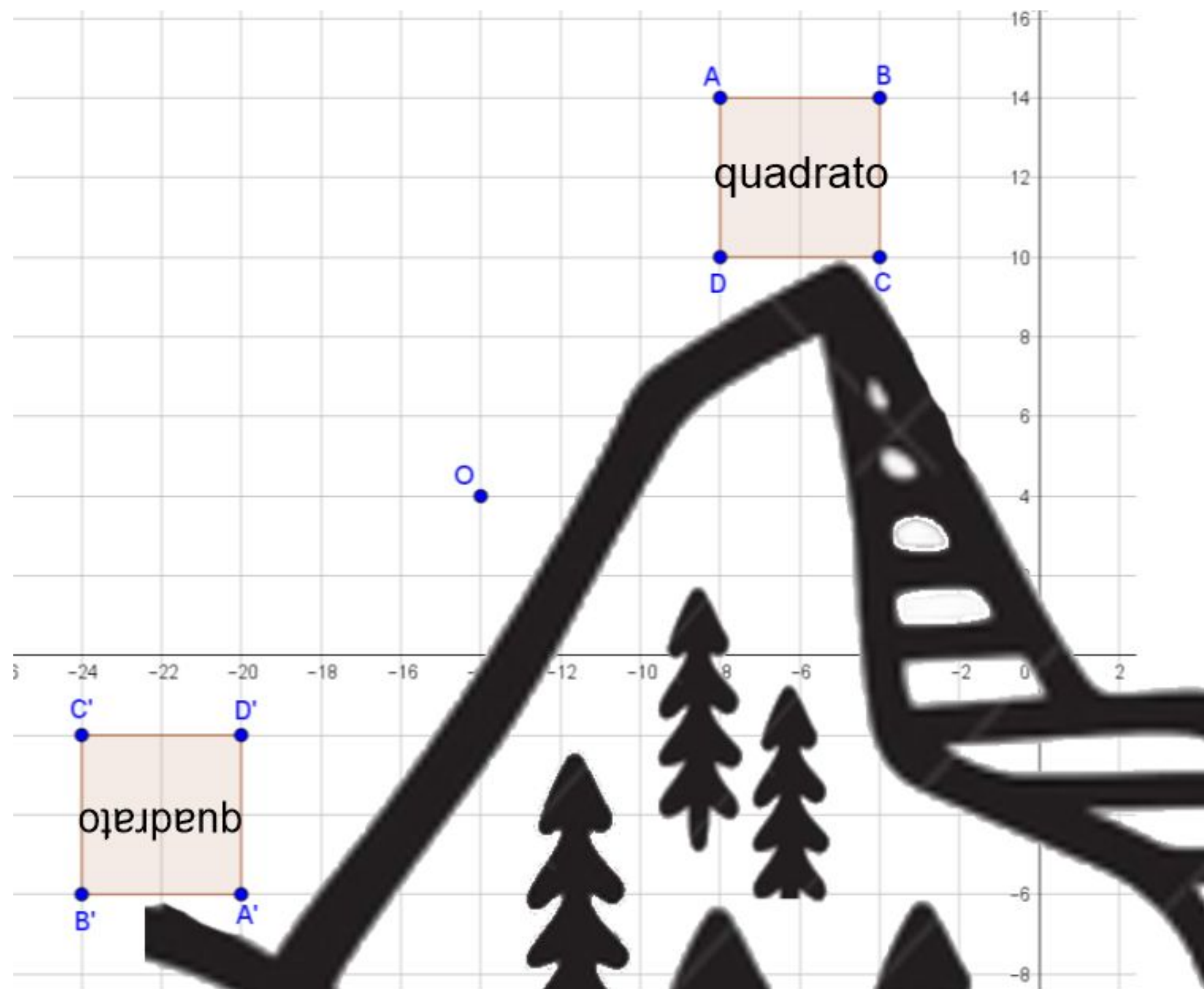
$$p = 4 \cdot 6,36 = \mathbf{25,44 \text{ cm}}$$

Quadrato

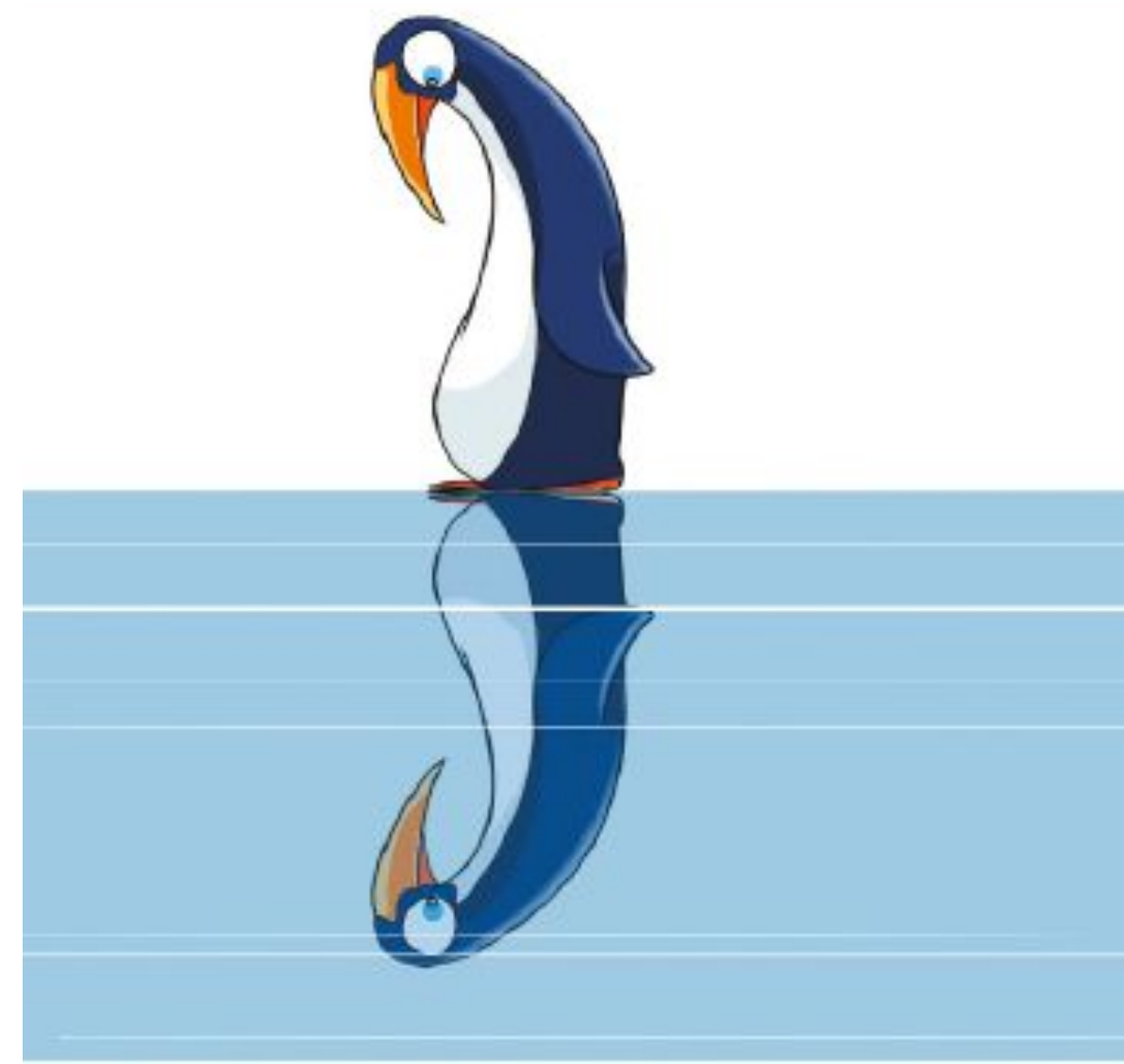
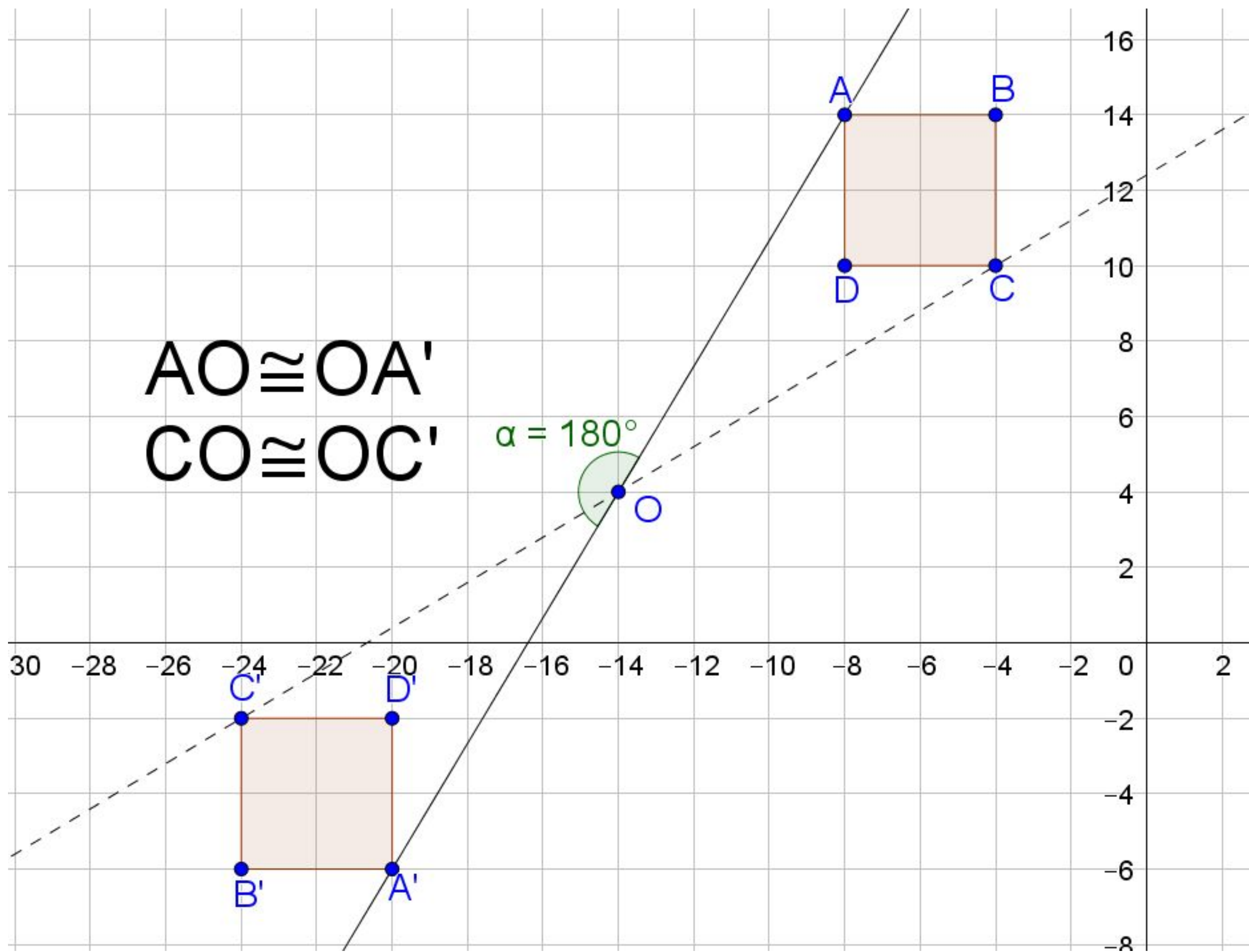


Con entrambi i metodi otteniamo lo stesso risultato.

Racconto didattico



Le isometrie



Lessico introdotto



formule dirette
formule inverse

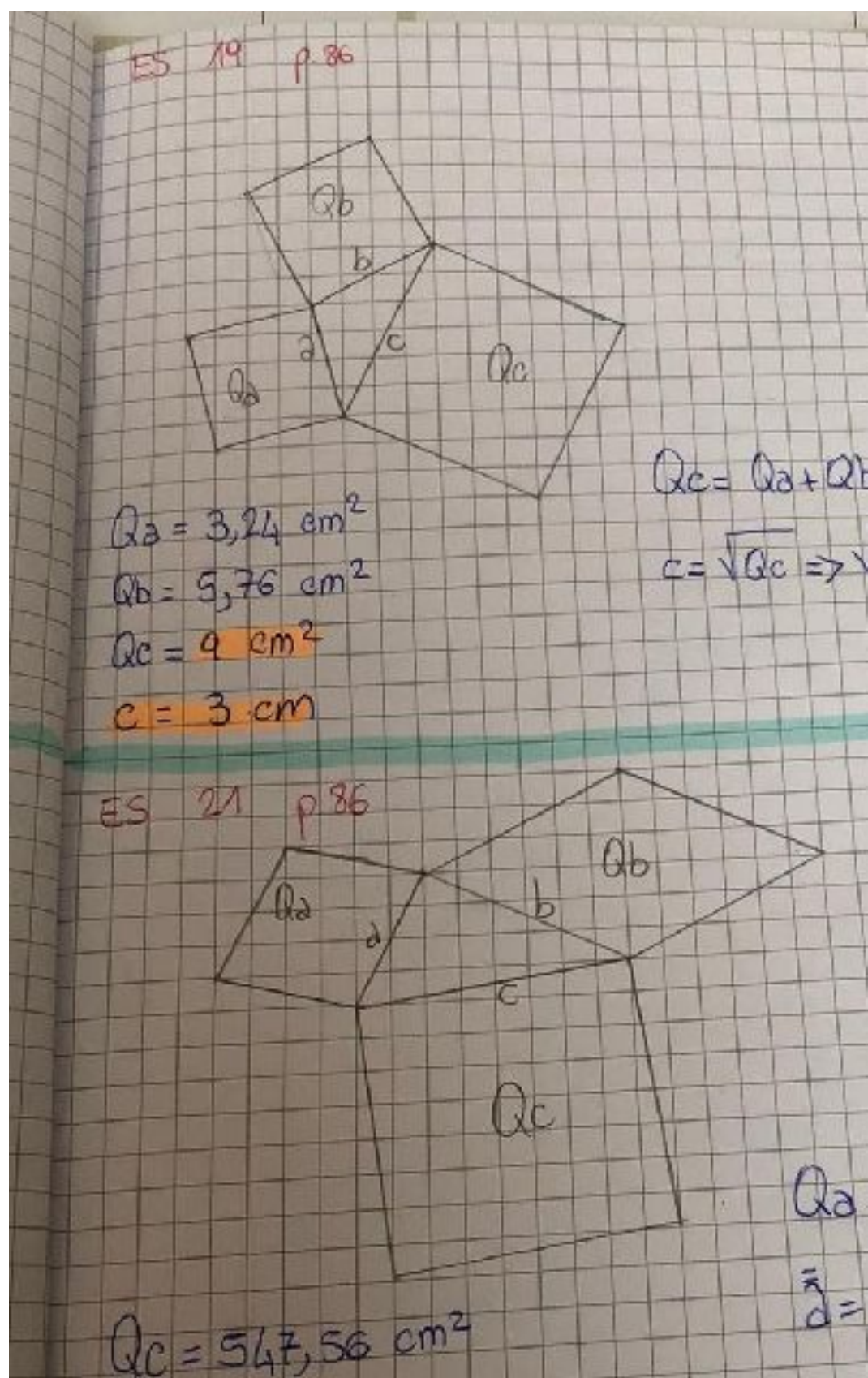
irrazionali

moltiplicazioni/potenze/radici

applicazioni del t. di Pitagora

arrotondamento

isometrie



ORDINE

VS

PRECISIONE



REATTIVO

**risolvere
enigmi/rompicapo**



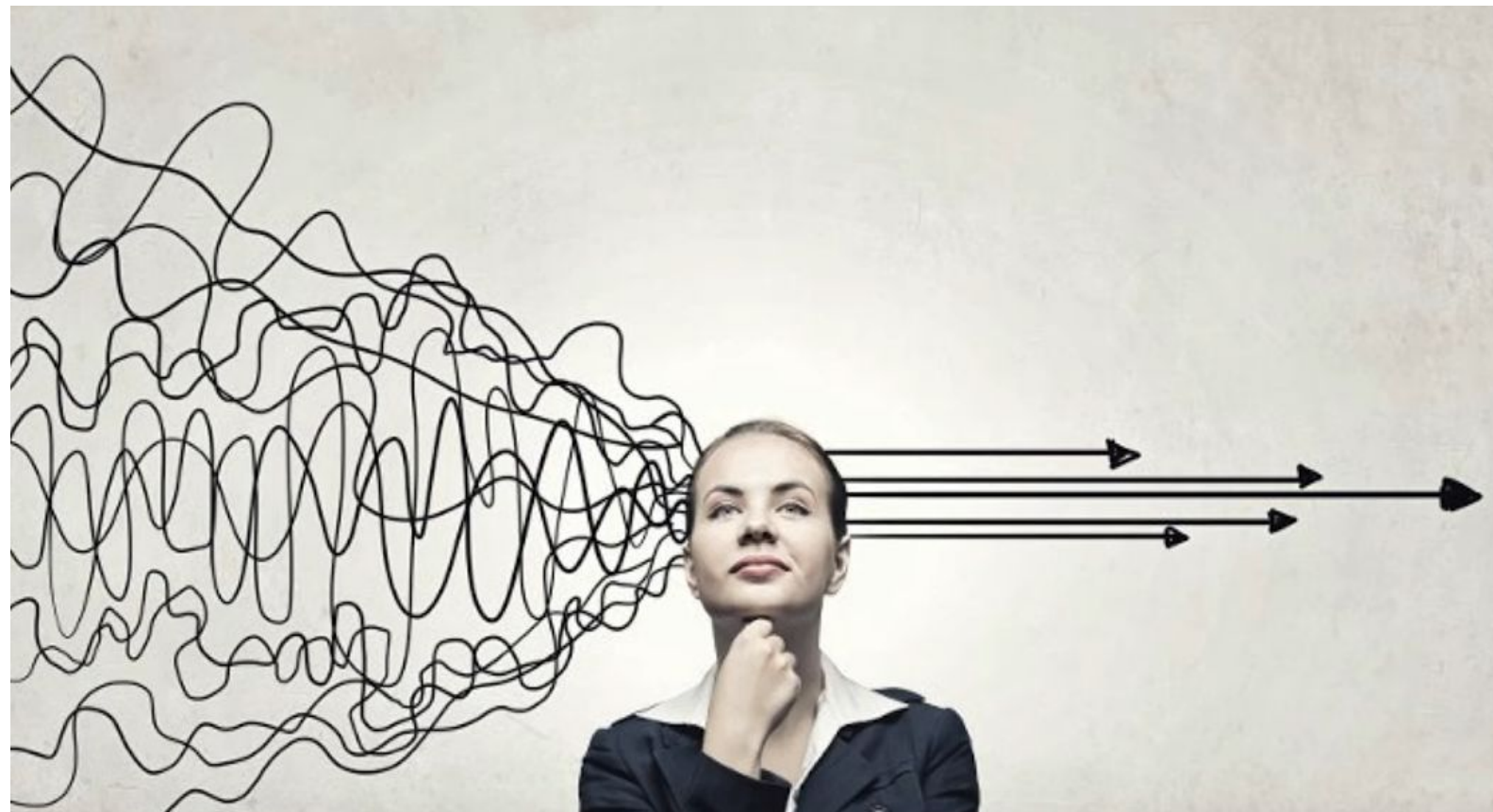
**La SFIDA fa
emergere risorse**

«A ogni buca devi pensare che è la prima»
Una ricerca interna delle risorse che possono condurre alla soluzione, concentrandosi sul compito e non sul contesto



Qual è il risultato della seguente moltiplicazione composta in totale da 26 parentesi, una per ogni lettera dell'alfabeto?

$$(x - a) \cdot (x - b) \cdot \dots \cdot (x - z) = ?$$



A B C D E
F G H I J
K L M N O
P Q R S T U
V W X Y Z

STUDENTE



Qual è il risultato della seguente moltiplicazione composta in totale da 26 parentesi, una per ogni lettera dell'alfabeto?

$$(x - a) \cdot (x - b) \cdot \dots \cdot (x - x) \cdot (x - y) \cdot (x - z) = ?$$

$(x - a) \cdot (x - b) \cdot \dots \cdot (x - z) = \text{UN NUMERO} \cdot (x - x) =$
 $\text{UN NUMERO} \cdot 0 = 0 \cdot (x - y) = 0 \cdot \text{UN NUMERO} = 0 \cdot (x - z)$
 $0 \cdot \text{UN NUMERO} = 0$

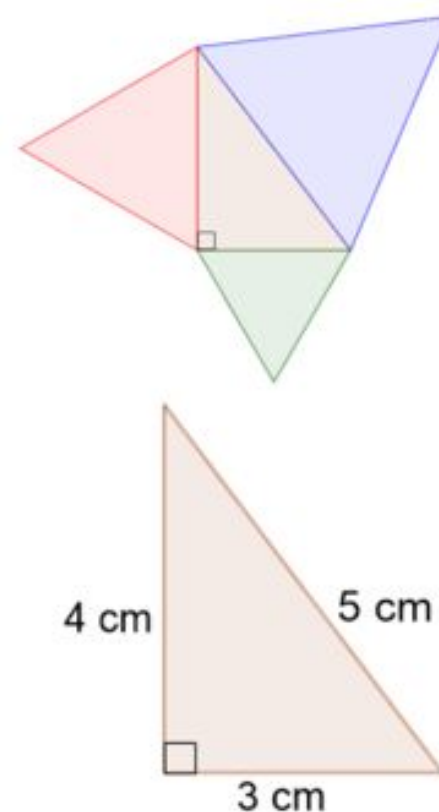


Pitagora fuori da Pitagora

Ciascuno cercherà di verificare se è corretta la seguente generalizzazione del teorema di Pitagora.

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei triangoli equilateri costruiti sui cateti è uguale all'area del triangolo equilatero costruito sull'ipotenusa.

Considerando come misure di partenza del triangolo rettangolo quelle dell'immagine, compilate con tutti i valori la tabella, arrotondando i numeri ai centesimi e se necessario, utilizzate le tavole numeriche. Per calcolare le altezze dei triangoli equilateri utilizzate l'applicazione del teorema di Pitagora.



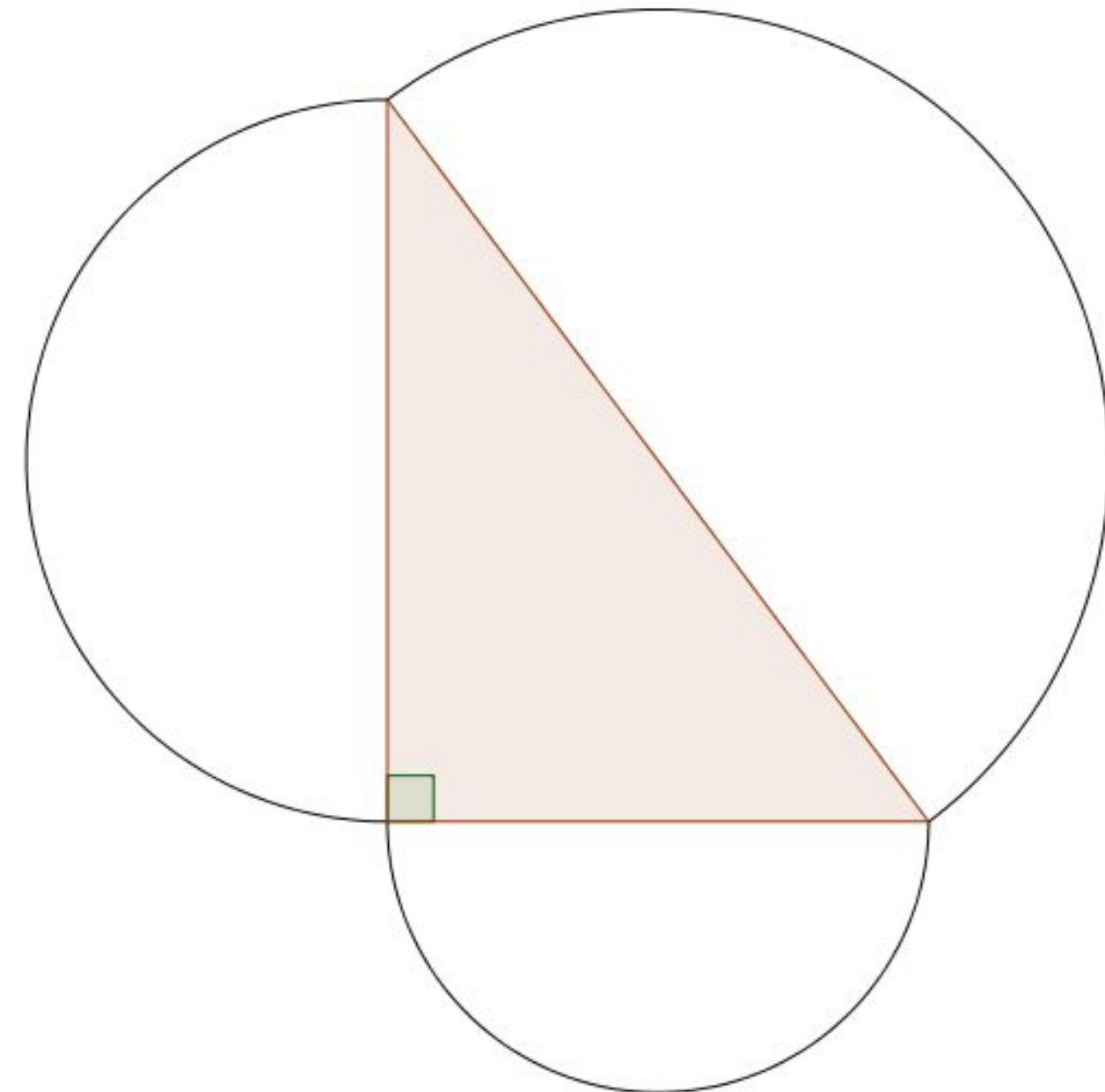
	Triangolo equilatero costruito		
	sul cateto minore	sul cateto maggiore	sull'ipotenusa
Altezza			
Area			
Sommate infine le aree dei triangoli equilateri costruiti sui cateti e verificate che tale somma è uguale (salvo arrotondamenti) all'area del triangolo equilatero costruito sull'ipotenusa.			
.....+.....=			



Pitagora fuori da Pitagora

Ciascuno cercherà di verificare se è corretta la seguente generalizzazione del teorema di Pitagora.

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei semicerchi costruiti sui cateti è uguale all'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa.





ATTIVITÀ PER PICCOLI GRUPPI O SINGOLO ALUNNO

Si considera un filo lungo quanto l'equatore terrestre. L'equatore è lungo circa 40 000 km, supponiamo che questa sia la misura esatta. Si immagina di posare il filo sul suolo. Supponiamo che il suolo sia completamente piatto e uniforme, in modo che il filo compia esattamente un giro attorno alla Terra. Abbiamo quindi costruito una circonferenza che misura $40\,000\text{ km} = 40\,000\,000\text{ m}$.

Ora immagina di allungare il filo di 2 m portandolo a 40 000 002 m. Il filo viene sollevato da terra ovunque allo stesso modo così da formare una nuova circonferenza sollevata rispetto a quella precedente, ma sempre concentrica all'equatore.

Quali dei seguenti animali potrebbero passare nello spazio tra il filo sollevato e il suolo del nostro pianeta?

- Una pulce
- Un topo
- Un gatto
- Un elefante



Accompagna la risposta con gli opportuni calcoli.

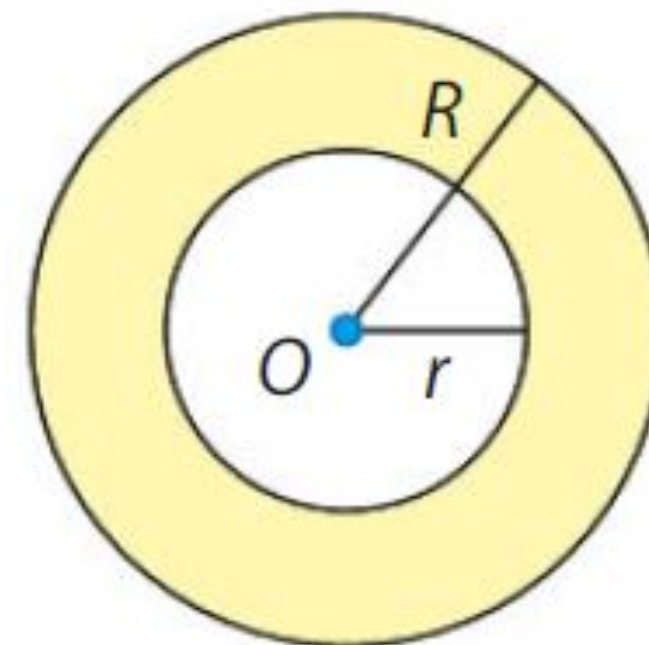


Intuitivamente sembrerebbe che aggiungere 2 m sia trascurabile rispetto alla circonferenza equatoriale e che quindi la corda non si sollevi eppure

Detti R il raggio della circonferenza esterna e r il raggio della circonferenza interna, la strategia risolutiva dovrebbe essere analoga alla seguente:

$$R - r = \frac{C_R}{2\pi} - \frac{C_r}{2\pi} = \frac{C_R - C_r}{2\pi} = \frac{40\,000\,002\text{ m} - 40\,000\,000\text{ m}}{2\pi} = \frac{2\text{ m}}{2\pi} = \frac{1\text{ m}}{\pi} \approx 0,318\text{ m} = 31,8\text{ cm}$$

In uno spazio di circa 30 cm possono passare solo una pulce, un topo e un gatto.



Allungando di 2 m, il sollevamento di circa 31,8 cm della circonferenza è costante poiché indipendente dalla lunghezza della circonferenza iniziale



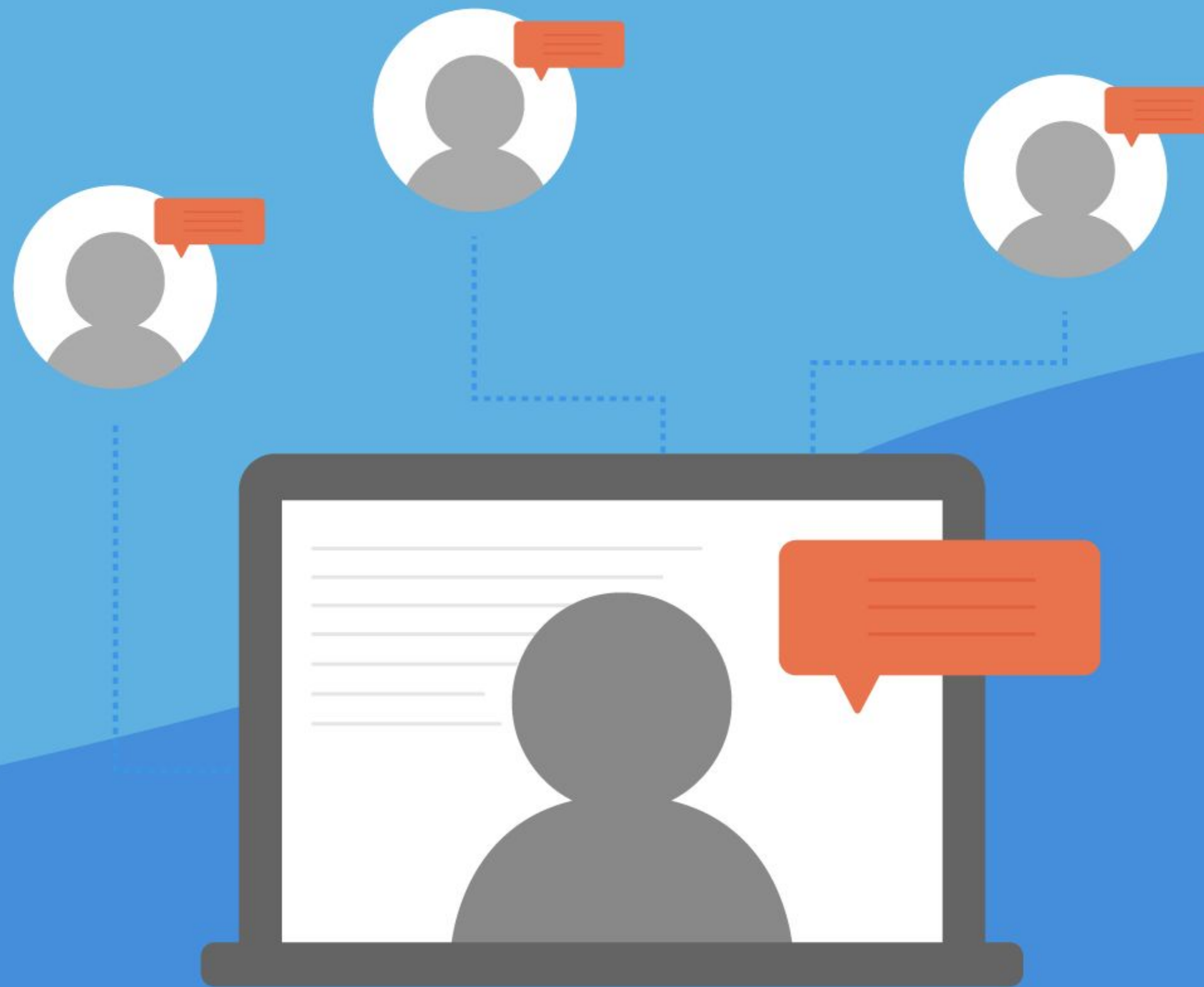
$$R - r = \frac{C_R - C_r}{2\pi} = \frac{(3\text{ m} + 2\text{ m}) - 3\text{ m}}{2\pi} = \frac{5\text{ m} - 3\text{ m}}{2\pi} = \frac{2\text{ m}}{2\pi} = \frac{1\text{ m}}{\pi} \approx 0,318\text{ m}$$

Una sola idea si estende in molte direzioni diverse



$$\frac{2\text{ m}}{2\pi} = \frac{1\text{ m}}{\pi} \approx 0,318\text{ m} = 31,8\text{ cm}$$





DIDATTICA DIGITALE