

PROVE D'ESAME

Prove d'esame p. 466

Soluzioni delle Prove d'esame p. 480

*Soluzioni delle prove d'esame
presenti nel volume Geometria 3* p. 485

Prova d'esame 1

Problema 1

Un recipiente cilindrico alto 40 cm e il cui diametro misura 30 cm è riempito per metà di acqua. Nel cilindro viene immerso un cubo di metallo il cui spigolo misura 6 cm.

- Calcola il volume del cubo.
- Stabilisci di che tipo di metallo è composto il cubo, sapendo che il cubo ha una massa di 583,2 g.

Metallo	Acciaio	Ferro	Rame	Alluminio
Densità	7,5	7,8	8,9	2,7

- Calcola il volume del cilindro.
- Calcola il volume occupato dall'acqua prima dell'immersione del cubo.
- Calcola il livello raggiunto dal liquido dopo l'immersione del cubo.

Problema 2

In tabella sono riportati i dati delle vendite di elettrodomestici presso un negozio nel primo trimestre dell'anno.

- Rappresenta i dati con un grafico a tua scelta.
- Quale dei prodotti venduti rappresenta il 15% delle vendite?
- Individua il dato che rappresenta la moda.
- Mediamente quanti pezzi sono stati venduti al mese?

TV	220
Lavatrici	90
Frigoriferi	50
Aspirapolvere	60
Frullatori	180

Quesito 1

- Individua le uguaglianze corrette.

A $-2^{-2} = \frac{1}{2}$

B $-(-2) \cdot (-2) = -4$

C $-2 - (-2) - 2 = -2$

D $(-2)^{-3} = \frac{1}{8}$

- Un termometro segna 10°C sopra lo zero a mezzogiorno. Nel pomeriggio la temperatura prima scende di $3,5^{\circ}\text{C}$ e poi ha un rialzo di mezzo grado. La notte raggiunge la temperatura minima abbassandosi di 6°C rispetto alla precedente. Qual è la temperatura minima?
- Risolvi la seguente espressione.

$$-\frac{15}{4} \cdot \left(-\frac{8}{9}\right) - \frac{8}{3} + \left[\left(3 - \frac{7}{3} + 1\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{10} - \frac{5}{2}\right) : \frac{15}{4}\right]$$

Quesito 2

La somma di due numeri è 33 e un numero è il doppio dell'altro.

- Se indichi con x il numero minore, come indicherai l'altro?
- Se indichi con x il numero maggiore, come indicherai il minore dei due?
- Scrivi l'equazione che traduce il quesito posto inizialmente.
- Risolvi l'equazione e indica i due numeri.
- Verifica che i due numeri hanno come somma 33.

Prova d'esame 2

Problema 1

Tutti gli alunni di una classe, eccetto un assente, partecipano a una gara di salto in lungo. I risultati del primo salto di ciascuno sono riportati in tabella.

- Da quanti alunni è composta la classe?
- Calcola la differenza fra il salto più lungo e quello più corto.
- Calcola la percentuale di alunni che hanno superato i 2,30 m.
- Qual è la lunghezza del salto che rappresenta la moda?

Lunghezza salto (centimetri)	Frequenza
120	5
121	7
224	6
232	3
245	2
251	2

Problema 2

Un solido composto è formato da due piramidi regolari quadrangolari che condividono la stessa base. Lo spigolo di base misura 56 cm e l'apotema della piramide misura 53 cm.

- Calcola la misura dell'area totale.
- Calcola il volume del solido.
- Sapendo che il solido è fatto di sughero (densità 0,25 g/cm³), calcolane la massa.

Quesito 1

- Considera un'equazione di primo grado ridotta in forma normale $ax = b$, e completa le seguenti frasi.

Se $a \neq 0$ l'equazione è e la sua soluzione è $x = b/a$

Se $a = 0$ e $b \neq 0$ l'equazione è

Se $a = 0$ e $b = 0$ l'equazione è

- Trova la soluzione della seguente equazione ed esegui la verifica.

$$2x - 3(x - 1) + x = 2(x - 1) - 3$$

- Traduci in equazione la situazione descritta di seguito e trova il valore della x .

Tre amici, Ubaldo, Marco e Roberto hanno complessivamente 160 €. Marco ha 24 € meno di Roberto il quale ha 20 € più di Ubaldo. Quanto denaro ha ciascuno?

Quesito 2

- Stabilisci quali delle seguenti affermazioni sono delle proposizioni logiche.

La cioccolata è molto buona.

Conta fino a 100.

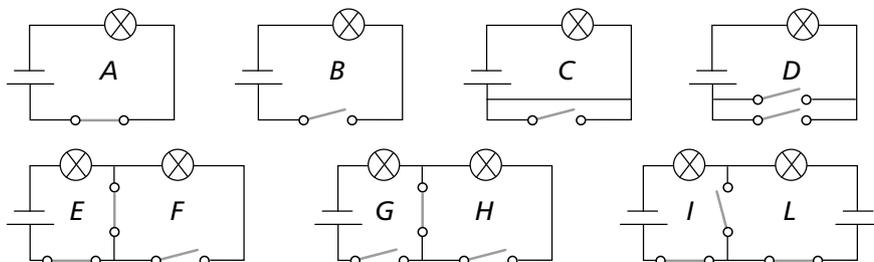
La lucertola è un rettile.

Il numero 111 è un numero primo.

Il numero 13 è pari.

Andare in bicicletta è rilassante.

- In relazione ai circuiti schematizzati, indica quali lampadine (⊗) risultano accese.



Prova d'esame 3

Problema 1

Un cono ha la circonferenza di base di 20π cm e l'apotema di 26 cm. Il cono è fatto di vetro che ha una densità di 2500 kg/m^3 .

- Calcola il volume del cono.
- Calcola la massa del cono.
- Il cono è posto all'estremità di una leva di primo genere, lunga 10 dm, e a 4 dm dal fulcro. Quale massa serve applicare all'altro estremo per ottenere l'equilibrio della leva?

Problema 2

In una semicirconferenza di diametro AB sono tracciate due corde, AP e BP, che misurano rispettivamente 6 cm e 2,5 cm. Traccia la tangente alla circonferenza nel punto A e indica con C il suo punto d'intersezione con il prolungamento della corda BP.

- Esegui un disegno, anche non in scala, di quanto descritto.
- Calcola la misura del perimetro del triangolo ABP.
- Calcola l'area del triangolo ABP.
- Calcola la misura del perimetro del triangolo APC.
- Calcola l'area del triangolo APC.

Problema 3

Nel corso di specializzazione, dove i giudizi sono riportati in trentesimi, Teresa ha ottenuto i voti riportati nella tabella.

Voti	20	24	25	28	30
Frequenza	4	2	6	4	4

- Rappresenta con un grafico a tua scelta i dati.
- Quanti esami ha sostenuto?
- Con quale media si presenta all'esame finale del corso di specializzazione?
- Qual è la moda di questa distribuzione?

Quesiti

- Vero o falso?

-1 è un monomio di grado zero	Vero	Falso
Due monomi opposti sono necessariamente simili	Vero	Falso
La somma di due polinomi è sempre un polinomio	Vero	Falso
$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$	Vero	Falso

b. Risolvi la seguente espressione.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}-2\right) - \left(1-\frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{6}-1\right) =$$

c. Semplifica la seguente espressione letterale.

$$2a(a-b) - 3\left(\frac{1}{3}b-a\right) - \left(\frac{1}{2}a+1\right)\left(\frac{1}{2}a-1\right) - \frac{7}{4}a(a-4b) + b$$

d. Una volta semplificata l'espressione letterale precedente calcola il suo valore per:

$$a = -1$$

$$b = -\frac{1}{5}$$

Prova d'esame 4

Problema 1

Disegna un piano cartesiano e fissa come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio = 1 cm).

- Rappresenta i punti A (-6; 1), B (1; 1), C (4; 5), D (-3; 5).
- Dopo aver unito in ordine alfabetico i punti, disegna il poligono ABCD e stabilisci in quali quadranti si sviluppa.
- Calcola il perimetro del poligono ABCD.
- Calcola l'area del poligono ABCD.
- Traccia la retta $r: y = -x + 2$. In quali punti incontra il poligono?

Problema 2

Una confezione per bevande ha la forma di un parallelepipedo le cui dimensioni di base sono 8 cm per 12 cm.

Calcola l'altezza che deve avere la confezione per contenere 1 litro di bevanda e disporre di uno spazio ulteriore pari all'8%.

Problema 3

Nella griglia sono riportati i giudizi espressi da un campione di persone cui è stato indicato di assegnare un giudizio da 1 (non mi piace) a 10 (eccellente) dopo aver assaggiato un dolce.

8	9	7	3	7	4
4	5	8	10	5	10
2	8	9	7	6	7
7	7	8	7	7	8
3	7	3	5	9	5
2	3	7	9	9	9

- Qual è il giudizio più rappresentato? E quello meno rappresentato?
- Quali sono i valori minimo e massimo assegnati?
- Calcola il valore della media aritmetica.
- Qual è la moda?

Quesito 1

Disegna sul riferimento cartesiano le rette $r: y = 3x + 7$ e $s: y = -x + 3$.

- Determina le coordinate P del loro punto di intersezione.
- Scrivi, a tua scelta, l'equazione di una retta parallela alla retta r .
- Scrivi, a tua scelta, l'equazione di una retta perpendicolare alla retta s .

Quesito 2

Per ognuna delle seguenti affermazioni indica se è vera o falsa, motivando la risposta data.

Affermazione	Vero	Falso	Motivazione della risposta
La somma di due monomi opposti è sempre 0			
$\left(\frac{3}{1}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{2}\right)^{-1}$			
$x + x + 1 = 2x + 1$ è un'identità			
$(A + B)^2 = A^2 + AB + B^2$			

Prova d'esame 5

Problema 1

Disegna un piano cartesiano e fissa come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio = 1 cm).

- Rappresenta i punti $A(0; 1)$, $B(-6; 1)$, $C(-6; -3)$ e $D(3; -3)$. Congiungi i punti nell'ordine dato in modo da ottenere il poligono ABCD. Di che poligono si tratta?
- Calcola il perimetro del poligono ABCD.
- Calcola l'area di ABCD.
- Traccia la retta di equazione $r: y = -\frac{4}{3}x + 1$ e verifica quali punti del poligono appartengono alla retta data.
- Scrivi l'equazione della retta s perpendicolare a r e passante per $A(0; 1)$.
- Il triangolo formato dal punto A e dai punti d'incontro delle due rette r e s con il segmento CD è rettangolo? Motiva la risposta.

Problema 2

Un triangolo isoscele ha la base di 16 cm e l'altezza di 6 cm. Il triangolo viene fatto ruotare completamente attorno alla sua altezza.

- Esegui un disegno indicativo che rappresenti il solido ottenuto e descrivilo.
- Calcola l'area totale del solido ottenuto.
- Calcola il volume totale del solido.
- Calcola la sua massa supponendo che sia costituito di un materiale che ha densità di $7,5 \text{ g/cm}^3$.

Quesito 1

- Individua tra le seguenti uguaglianze quelle che sono identità.
 - $x(x - 1) = x^2 - x$
 - $x + 2x + 3x = 6$
 - $x(x - 1) = 0$
 - $x + 2x = 3x$
- Risolvi e verifica la seguente equazione.

$$2(x - 5) + 3 = 5(x - 2) - 4x$$
- Traduci in equazioni ciascuno dei seguenti problemi e trova il valore delle incognite.
 - La somma di tre numeri consecutivi è 78.
 - La somma di tre numeri pari consecutivi è 102.

Quesito 2

La tabella riporta le distanze tra una stazione e la successiva e il tempo, espresso in minuti, che il treno impiega da una stazione all'altra.

- a. Completa la tabella seguente, riferita al treno regionale che parte alle 02:22 da Bologna per arrivare a Rimini alle 3:56.

Orario del 1.6.1958 Treno 155 DD 2215	Distanze progressive (km)	Orario	Distanze tra una stazione e la precedente (km)	Tempo impiegato (minuti)
Bologna	0	02:22		
Imola	35	02:48		
Faenza	50	03:02		
Forlì	65	03:13		
Cesena	83	03:28		
Rimini	112	03:56		

- b. La velocità è un rapporto tra grandezze omogenee o non omogenee?
- c. Le grandezze tempo impiegato a percorrere una data distanza e velocità sono legate tra di loro da quale tipo di proporzionalità?
- d. Calcola la velocità del treno, in chilometri orari e in metri il secondo, tra le stazioni di Forlì e Cesena.
- e. Perché cambiando l'unità di misura cambia il valore della velocità?

Prova d'esame 6

Problema 1

Uno studente vuole realizzare una decorazione con il cartoncino. Da un triangolo equilatero, con il lato di 60 cm, è ricavata una figura piana curvilinea puntando il compasso nei vertici del triangolo con apertura pari a metà del lato del triangolo.

- Esegui il disegno descritto in scala 1 a 10.
- Calcola la misura del profilo curvilineo.
- Calcola la superficie di cartoncino utilizzato.

Problema 2

Un oggetto è a forma di cubo e pesa 160 g. Il cubo è fissato a un dinamometro e immerso in un recipiente graduato con dell'acqua. Il dinamometro segna un peso di 96 g.

- Calcola volume del cubo.
- Calcola l'area totale del cubo.
- Calcola la densità dell'oggetto. Di quale materiale è composto il cubo considerando i seguenti valori di densità di riferimento?

Acciaio: 7,8	Alluminio: 2,8	Bronzo: 7,4	Zinco: 7,2
Vetro: 2,5	Marmo: 2,7	Ottone: 8,4	Legno: 0,45

- Quando un corpo immerso in un liquido galleggia?
 - se la densità del materiale è **maggiore della** densità del liquido
 - se la densità del materiale è **uguale alla** densità del liquido
 - se la densità del materiale è **minore della** densità del liquido

Quesito 1

- Risolvi la seguente espressione.

$$3^3 : 3^4 \times 3^3 - (-2)^5 : (-2)^2 - 16^4 : 8^4 - (1 - 3)^2$$
- Semplifica la seguente espressione letterale.

$$2x(x - 1) - x(2x - 2) + (x + 2)(x - 2) + 2x^4 : 2x^2 - x^2$$
- Calcola il valore dell'espressione per $x = -1$ e poi per $x = 1$. Motiva perché si ottiene sempre lo stesso valore.

Quesito 2

- Qualcuno ha scritto su dei biglietti le lettere della parola "MATEMATICA", con una lettera su ogni foglio. Immagina di ripiegare i biglietti, di inserirli in un astuccio e di estrarne uno a caso. Indica le probabilità per ognuno dei seguenti eventi.
 - Esce una vocale
 - Esce una consonante
 - Esce la lettera "M"
 - Esce la lettera "A"

b. Completa la tavola di verità della seguente espressione logica tra variabili proposizionali.

$$(p \wedge q) \vee \neg s$$

Il connettivo logico \neg indica la negazione (NOT), il connettivo \vee la disgiunzione (OR) e il connettivo \wedge la congiunzione (AND).

p	q	s	$p \wedge q$ p AND q	$\neg s$ NOT s	$(p \wedge q) \vee \neg s$ $(p$ AND $q)$ OR NOT s
Falso	Falso	Falso			
Falso	Falso	Vero			
Vero	Falso	Falso			
Falso	Vero	Falso			
Falso	Vero	Vero			
Vero	Falso	Vero			
Vero	Vero	Falso			
Vero	Vero	Vero			

Prova d'esame 7

Problema 1

Disegna un piano cartesiano e fissa come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio = 1 cm).

- a. Rappresenta nel piano cartesiano le seguenti rette.

$$r: y = 2$$

$$s: y = -4$$

$$t: x = 1$$

$$v: x = -2$$

- b. Individua le coordinate dei seguenti punti.

A: punto d'intersezione tra le due rette r e v .

B: punto d'intersezione tra le due rette r e t .

C: punto d'intersezione tra le due rette s e t .

D: punto d'intersezione tra le due rette s e v .

- c. Congiungi i punti nell'ordine dato in modo da ottenere il poligono $ABCD$. Di che poligono si tratta?
 d. Calcola il perimetro del poligono $ABCD$.
 e. Calcola l'area del poligono $ABCD$.

Problema 2

Un lampo che si può notare nel corso di un temporale è dovuto a una serie di processi elettrici con i quali sono trasferite delle cariche tra i centri dotati di carica opposta all'interno di una nuvola o tra una nuvola e il suolo. Il lampo precede sempre il tuono, perché il suo suono viaggia a una velocità inferiore, 340 m/s contro i circa 300 000 km/s della velocità della luce.

- a. Lo spazio percorso dal suono è direttamente o inversamente proporzionale al tempo trascorso dal verificarsi del tuono?
 b. Calcola il tempo impiegato dal suono di un tuono per percorrere 8,5 km.
 c. Calcola a che distanza in chilometri si trovava un fulmine il cui tuono è stato percepito dopo 28 secondi.

Quesito 1

- a. Per quali valori le seguenti espressioni letterali perdono di significato?

1. $\frac{x+1}{x}$

2. $\frac{1}{(x+1)(x-1)}$

3. $\sqrt{x+1}$

- b. Siano a e b due numeri interi. Scrivi l'espressione che si ottiene sommando al doppio di a la metà di b e moltiplicando tale somma per la differenza dei due numeri.
 c. Calcola il valore assunto dall'espressione, ottenuta al punto precedente, in cui $a = 4$ e $b = -2$.

Quesito 2

- a. Individua tra i seguenti gli eventi aleatori.
- Lanciando un dado a sei facce esce il 3.
 - Allenandosi è possibile resistere un'ora senza respirare.
 - L'inverno precede la primavera.
 - Lanciando un dado esce un numero pari.
 - Fare ambo al lotto.

- b.** Individua tra le seguenti coppie di eventi quelle formate da eventi compatibili.
- Lancio di un dado. $E_1 = \text{“esce un numero pari”}$; $E_2 = \text{“esce il numero 1”}$.
 - Alla tombola. $E_1 = \text{“esce un numero dispari”}$; $E_2 = \text{“esce un numero multiplo di 5”}$.
 - Lancio di due dadi. $E_1 = \text{“esce il 2 su di un dado”}$; $E_2 = \text{“esce il 2 sull’altro dado”}$.
 - Gioco delle carte. $E_1 = \text{“esce una carta di quadri”}$; $E_2 = \text{“esce una carta di cuori”}$.
- c.** In una scatola ci sono 10 matite verdi, 9 gialle, 5 blu, 3 nere, 3 bianche e 6 rosse.
Calcola la probabilità di prendere a caso con una sola estrazione una matita:
- bianca;
 - rossa o nera;
 - blu o bianca.

Prova d'esame 8

Problema 1

Disegna un piano cartesiano e fissa come unità di misura il centimetro (due quadretti del foglio = 1 cm).

- Disegna il triangolo avente per vertici i punti $A(-1; 2)$, $B(-1; -1)$ e $C(3; -1)$.
- Traccia le rette di equazione $r: x = -1$ e $s: y = -1$.
- Verifica quali vertici del triangolo appartengono alle rette. Di che tipo di triangolo si tratta e perché?
- Calcola il perimetro del triangolo.
- Calcola l'area del triangolo.
- Costruisci il simmetrico del triangolo ABC rispetto al lato BC. Indica le coordinate del punto A' .

Problema 2

Un cubo è sormontato da una piramide che ha la base coincidente con la faccia del cubo. La misura dello spigolo del cubo è di 16 cm. La piramide ha l'altezza pari ai $\frac{3}{8}$ dello spigolo del cubo.

- Calcola il volume del cubo.
- Calcola il volume della piramide.
- Calcola l'area totale del solido composto.
- Calcola la massa del solido sapendo che il materiale di cui è composto è legno di abete (densità $0,8 \text{ g/cm}^3$).
- Esegui il disegno in assonometria cavaliera del solido.

Problema 3

Un corpo avente una massa di 64 000 g è immerso in un recipiente graduato con dell'acqua. Osservi che il corpo rimane in equilibrio: non affonda e non rimane in superficie.

- Quale valore di volume sarà spostato dal corpo immerso?
- Il corpo viene, quindi, immerso in altri due recipienti graduati ed è misurata la spinta di Archimede che è nei due casi di 51,2 kg e di 76,8 kg.

Utilizzando la tabella seguente, che riporta le densità in g/cm^3 di diversi materiali, stabilisci in quali liquidi è stato immerso il corpo.

Petrolio	0,8	Alcol etilico puro	0,79
Acido formico 27%	1,2	Acido solforico 50%	1,4
Acido nitrico 90%	1,5	Acido cloridrico 90%	1,2

- Se l'oggetto avesse la forma di un cubo quale sarebbe la misura del suo spigolo?
- Descrivi brevemente la spinta di Archimede e alcune sue conseguenze pratiche.

Quesito 1

a. Per ognuna delle seguenti affermazioni indica se è Vera o Falsa.

Affermazione	Vero	Falso
In un'equazione si possono eliminare due termini uguali se si trovano allo stesso membro.		
Equazioni equivalenti hanno la stessa soluzione.		
Cambiando il segno di tutti i termini di un'equazione se ne ottiene una equivalente.		
In un'equazione si possono eliminare due termini opposti se si trovano uno al primo e uno al secondo membro.		

b. Trova la soluzione della seguente equazione ed esegui la verifica.

$$x - (x - 1)^2 + x = 1 - (x + 1)(x - 1) - 7$$

Quesito 2

La tombola è un gioco tradizionale, nato nella città di Napoli nel XVIII secolo, che vede l'estrazione casuale di numeri da 1 a 90 messi in un sacchetto da parte di un giocatore che ha il tabellone con tutti i numeri.

- a. Alla prima estrazione i numeri hanno tutti la stessa probabilità di essere estratti? Motiva la risposta.
- b. Estratto il primo numero, alla successiva estrazione tutti i numeri hanno la stessa probabilità di essere estratti? Motiva la risposta.
- c. Tre amici seduti vicini discutono, prima dell'inizio del gioco, su quale dei seguenti eventi sia più probabile. Ordina gli eventi secondo una probabilità crescente.
- E_1 = Esce alla prima estrazione un numero pari o maggiore di 80.
 E_2 = Esce alla prima estrazione un numero dispari o minore di 11.
 E_3 = Esce alla prima estrazione un numero multiplo di due o cinque.