WEBINAR

MONDADORI
EDUCATION

LA RAPPRESENTAZIONE DELLE GRANDEZZE FISICHE

ANDREA BROGNARA
autore per MONDADORI del corso
“Lo sguardo fisico”

12.03.2019

L'IMPORTANZA DELL'USO GRAFICI A PARTIRE DAL PRIMO BIENNIO

- Leggere e costruire grafici è una competenza fondamentale per lo studio delle materie scientifiche.
- I grafici vengono utilizzati per tutti i cinque anni con livelli crescenti di approfondimento. Lo studio dei grafici viene completato solo in 5ª con la corretta formalizzazione matematica dei concetti di derivata e integrale. In fisica però occorre che questi concetti siano introdotti a livello intuitivo fin dalla classe 2ª quando si inizia lo studio della cinematica.
- È un problema comune trovare un modo per introdurre il concetto di velocità istantanea e di spiegare come collegare l'area sottesa dal diagramma velocità-tempo allo spostamento compiuto da un corpo senza avere ancora a disposizione i corretti strumenti matematici.
- I grafici offrono un ottimo strumento per rendere intuitivi i concetti dell'analisi matematica.

LA PROPOSTA NEL CORSO “LO SGUARDO FISICO”

La scelta che è stata fatta nel corso “**Lo sguardo fisico**” è quella di introdurre **fin dalla classe 2ª** i concetti matematici necessari per affrontare lo studio della fisica e in particolare della cinematica.

L’introduzione è fatta sulla base **delle sole conoscenze matematiche che i ragazzi hanno all’inizio di una classe 2ª** e pertanto i concetti di velocità istantanea e di spazio percorso in un moto vario vengono introdotti in modo intuitivo **collegandoli all’interpretazione grafica che hanno sul diagramma orario e sul diagramma velocità-tempo**. Il ragionamento seguito viene dettagliato e illustrato sia sul libro sia tramite i video “**ESPLORA IL GRAFICO**” in cui l’autore spiega i passaggi del ragionamento seguito.

EDUCATION
WEBINAR

LA PROPOSTA NEL CORSO “LO SGUARDO FISICO”

Poiché qualsiasi definizione o risultato se non trova un’applicazione concreta negli esercizi spesso non lascia traccia, la comprensione dei metodi spiegati viene successivamente **consolidata attraverso esercizi** che chiedono di calcolare mediante **metodi grafici o numerici** la velocità istantanea o lo spostamento di un corpo.

In questo modo restano consolidati due tipi di ragionamento che si ripresenteranno numerose volte in diversi contesti nel corso degli studi.

Così facendo il tempo in più che si impiega nella prima spiegazione viene recuperato nelle spiegazioni successive dove il metodo già consolidato permette di procedere più rapidamente. Non è raro il caso che nel secondo biennio alcuni ragazzi giungano autonomamente a riconoscere il significato fisico del coefficiente angolare della retta tangente e dell’area sottesa da un grafico.

PER COMINCIARE

TABELLE DI DATI E GRAFICI A CONFRONTO

Un esempio reale per un primo approccio ai grafici in una classe 1ª

LA DURATA DEL GIORNO

Mese	Giorno	Durata (h)
1	1	9,185
2	32	10,019
3	60	11,233
4	91	12,683
5	121	14,018
6	152	15,019
7	182	15,168
8	213	14,417
9	244	13,152
10	274	11,768
11	305	10,369
12	335	9,367
1	366	9,185

Durata minima

La durata del giorno aumenta

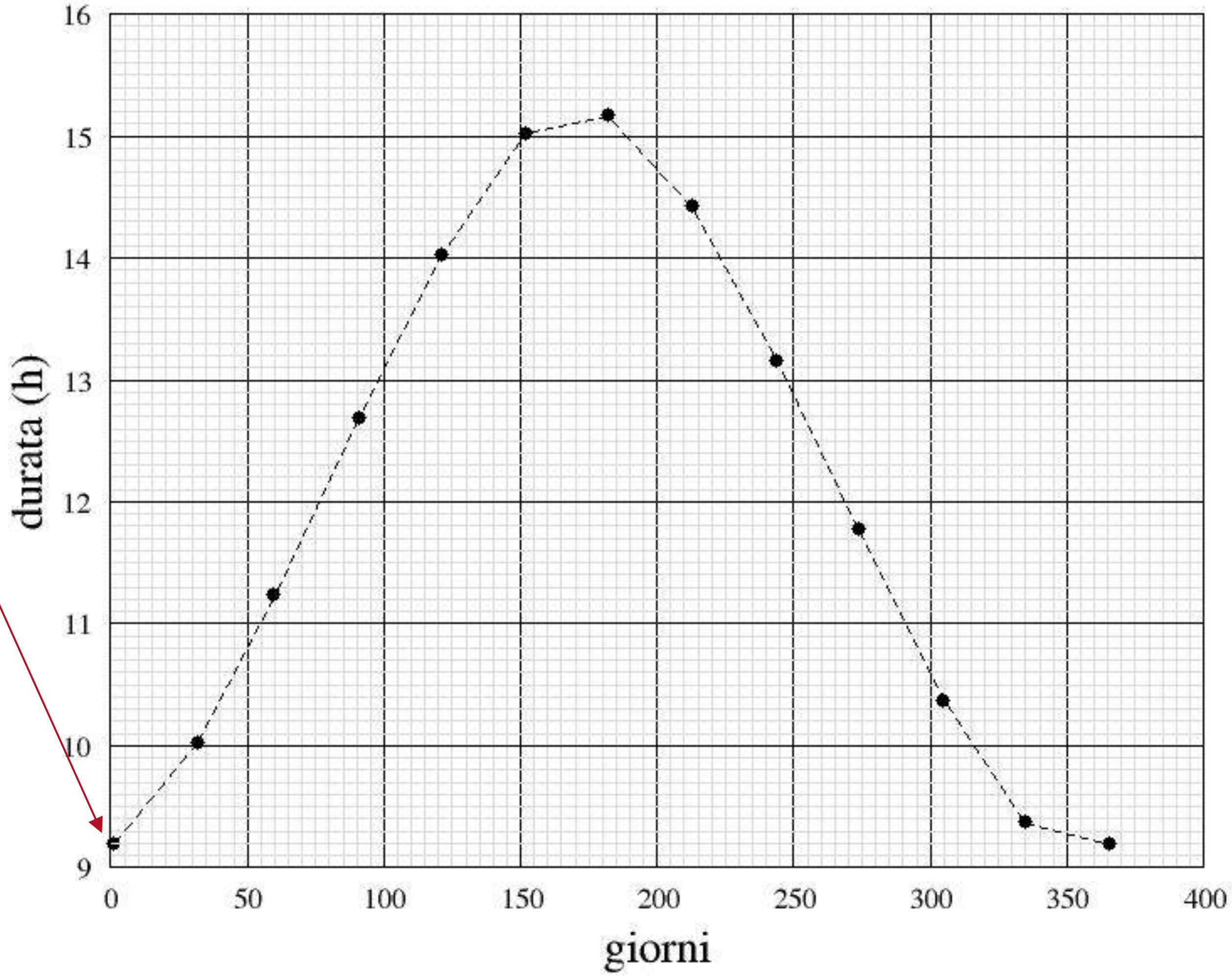
Durata massima

La durata del giorno diminuisce

Durata minima

VISUALIZZIAMO I DATI IN UN GRAFICO

Mese	Giorno	Durata (h)
1	1	9,185
2	32	10,019
3	60	11,233
4	91	12,683
5	121	14,018
6	152	15,019
7	182	15,168
8	213	14,417
9	244	13,152
10	274	11,768
11	305	10,369
12	335	9,367
1	366	9,185



COSA MOSTRA IL GRAFICO?

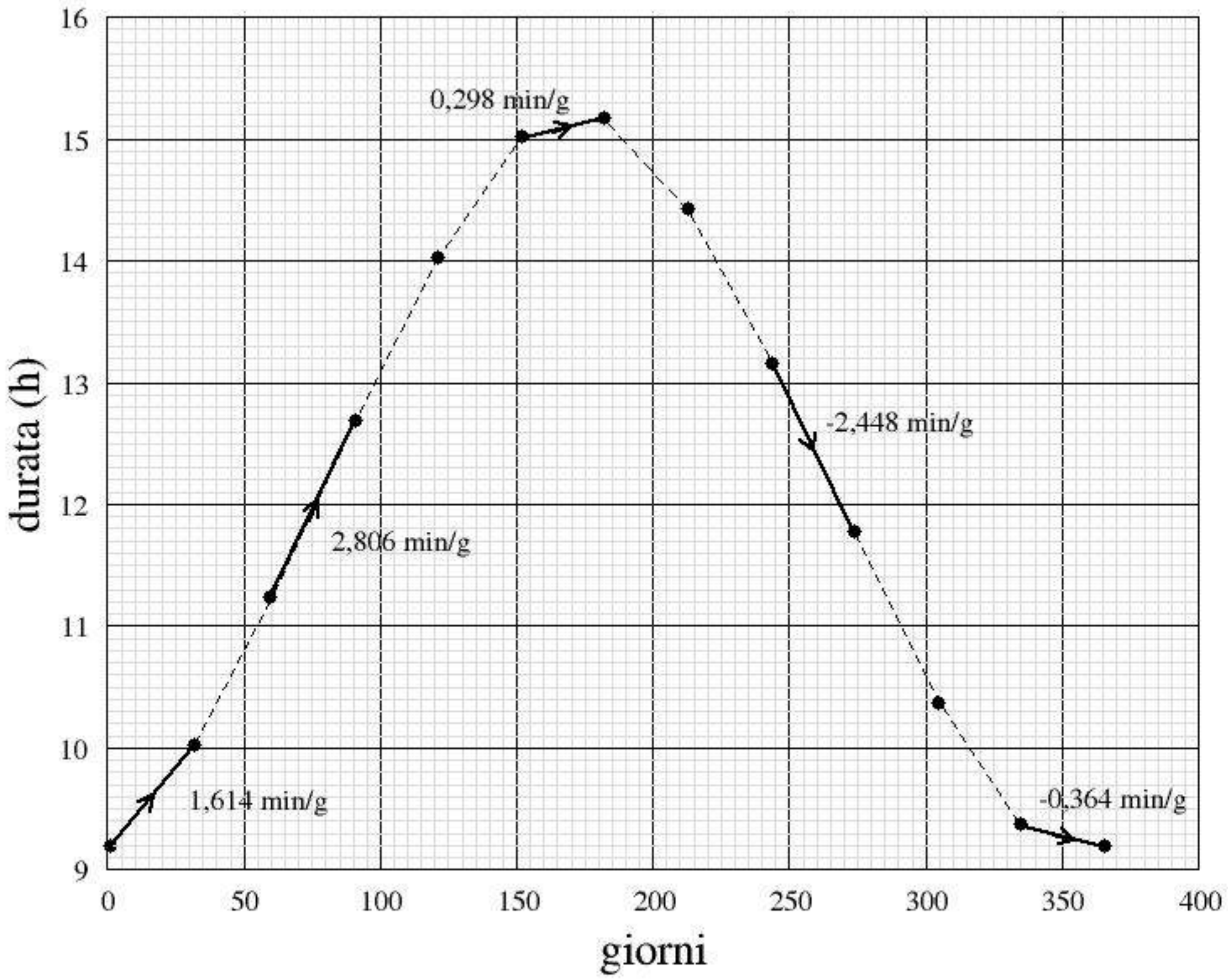
- La durata del giorno **aumenta** nei primi 6 mesi e **diminuisce** nei successivi 6 mesi.
- La variazione della durata del giorno in ciascuno dei mesi **non è costante**. Durante il mese di gennaio l'aumento è inferiore rispetto a quello che si ha nel mese di febbraio che a sua volta è minore di quello di marzo. Dopo il mese di marzo invece la variazione diminuisce.
- Per quantificare la rapidità con cui varia la durata del giorno si può introdurre la quantità

$$m = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

- Sul grafico questa quantità è rappresentata dal coefficiente angolare del segmento che congiunge due rilevazioni quindi: più è inclinata la retta che congiunge due rilevazioni maggiore è la variazione della durata del giorno.

COME VARIA LA DURATA DEL GIORNO?

giorno	d (h)	$\frac{\Delta d}{\Delta g}$ (min/d)
1	9,185	
32	10,019	1,614
60	11,233	2,601
91	12,683	2,806
121	14,018	2,670
152	15,019	1,937
182	15,168	0,298
213	14,417	-1,454
244	13,152	-2,448
274	11,768	-2,768
305	10,369	-2,708
335	9,367	-2,004
365	9,185	-0,364



VANTAGGI E SVANTAGGI

Tabella

- I valori possono essere letti in modo più preciso.

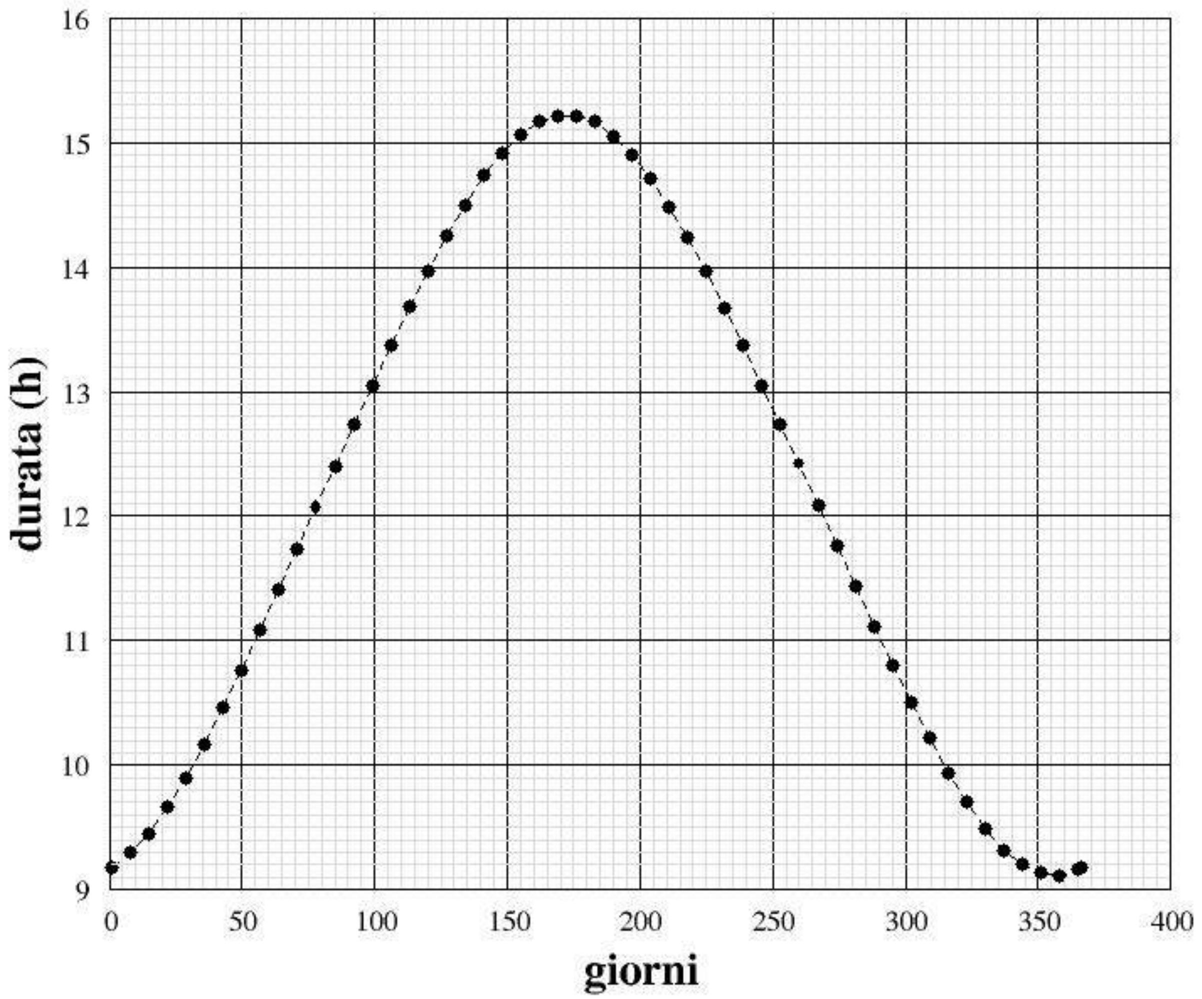
Grafico

- È più immediato comprendere a colpo d’occhio l’andamento dei dati.
- È più semplice capire la rapidità con cui varia la durata del giorno nei diversi periodi dell’anno.

I vantaggi della rappresentazione grafica diventano ancora più evidenti aumentando il numero delle rilevazioni come mostrato dai seguenti casi

RILEVAZIONI SETTIMANALI

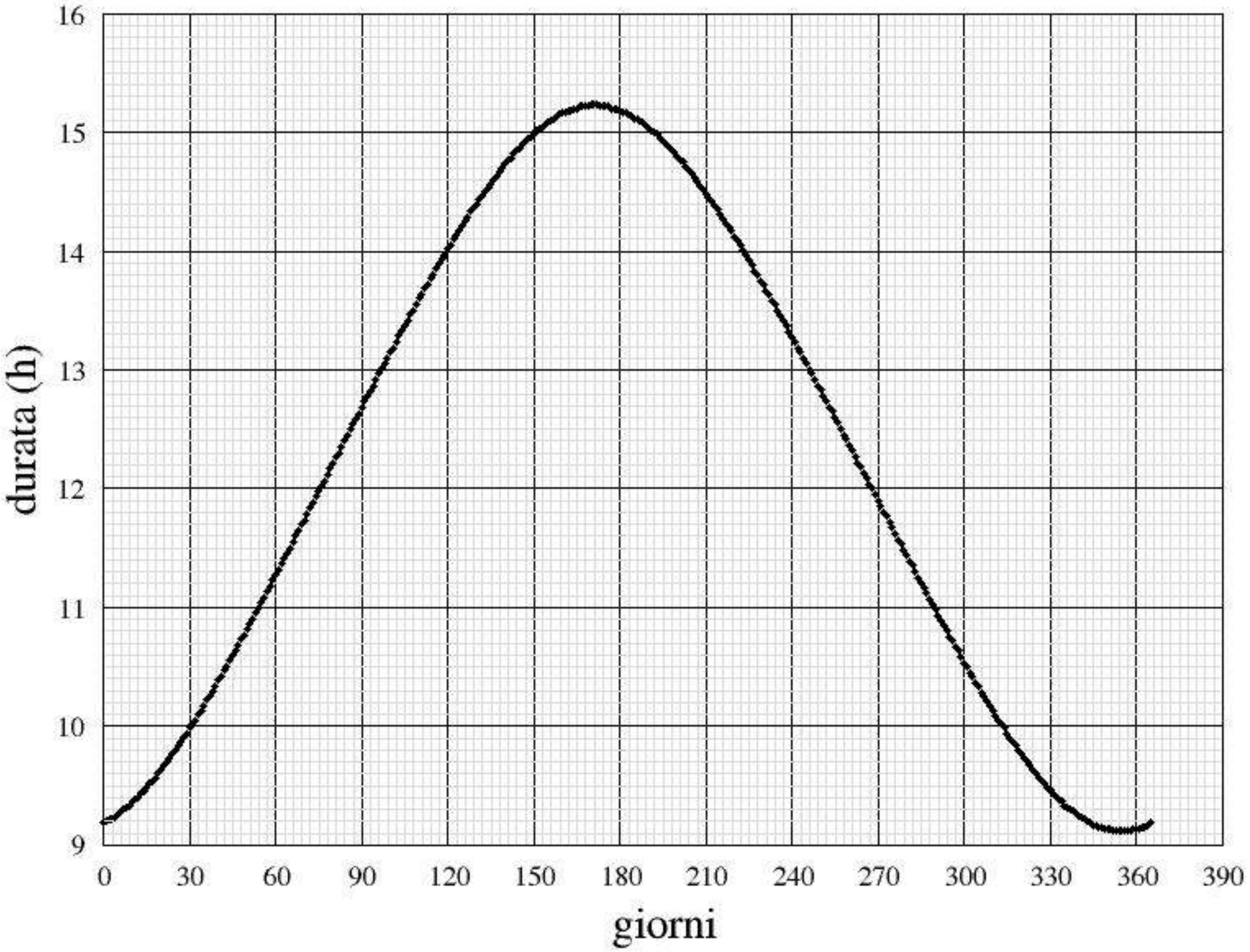
giorno	durata (h)	giorno	durata (h)	giorno	durata (h)
1	9,185	127	14,252	253	12,734
8	9,301	134	14,500	260	12,419
15	9,452	141	14,736	267	12,085
22	9,669	148	14,917	274	11,768
29	9,901	155	15,069	281	11,435
36	10,167	162	15,167	288	11,117
43	10,469	169	15,217	295	10,801
50	10,767	176	15,218	302	10,500
57	11,084	183	15,168	309	10,217
64	11,417	190	15,052	316	9,934
71	11,734	197	14,901	323	9,702
78	12,068	204	14,718	330	9,484
85	12,402	211	14,484	337	9,318
92	12,736	218	14,234	344	9,200
99	13,051	225	13,968	351	9,136
106	13,369	232	13,668	358	9,117
113	13,685	239	13,369	365	9,168
120	13,969	246	13,051	366	9,185



EDUCATION
WEBINAR

RILEVAZIONI GIORNALIERE

giorno	durata (h)	giorno	durata (h)	giorno	durata (h)	giorno	durata (h)	giorno	durata (h)	giorno	durata (h)	giorno	durata (h)
1	9,185	53	10,902	105	13,335	157	15,102	209	14,552	261	12,367	313	10,052
2	9,201	54	10,952	106	13,369	158	15,118	210	14,518	262	12,317	314	10,019
3	9,217	55	11,001	107	13,417	159	15,135	211	14,484	263	12,268	315	9,984
4	9,219	56	11,035	108	13,469	160	15,152	212	14,452	264	12,219	316	9,934
5	9,235	57	11,084	109	13,502	161	15,167	213	14,417	265	12,183	317	9,900
6	9,252	58	11,135	110	13,552	162	15,167	214	14,384	266	12,134	318	9,867
7	9,284	59	11,184	111	13,602	163	15,186	215	14,351	267	12,085	319	9,834
8	9,301	60	11,233	112	13,634	164	15,184	216	14,317	268	12,036	320	9,802
9	9,319	61	11,269	113	13,685	165	15,201	217	14,269	269	12,000	321	9,768
10	9,334	62	11,318	114	13,717	166	15,202	218	14,234	270	11,951	322	9,734
11	9,367	63	11,367	115	13,769	167	15,217	219	14,202	271	11,901	323	9,702
12	9,385	64	11,417	116	13,803	168	15,219	220	14,169	272	11,852	324	9,667
13	9,401	65	11,452	117	13,850	169	15,217	221	14,119	273	11,800	325	9,635
14	9,435	66	11,502	118	13,900	170	15,218	222	14,085	274	11,768	326	9,602
15	9,452	67	11,552	119	13,933	171	15,234	223	14,051	275	11,718	327	9,569
16	9,485	68	11,601	120	13,969	172	15,234	224	14,002	276	11,669	328	9,551
17	9,518	69	11,651	121	14,018	173	15,234	225	13,968	277	11,617	329	9,517
18	9,536	70	11,701	122	14,050	174	15,219	226	13,919	278	11,568	330	9,484
19	9,568	71	11,734	123	14,101	175	15,219	227	13,883	279	11,536	331	9,468
20	9,601	72	11,784	124	14,135	176	15,218	228	13,833	280	11,484	332	9,434
21	9,634	73	11,834	125	14,169	177	15,219	229	13,800	281	11,435	333	9,417
22	9,669	74	11,884	126	14,219	178	15,202	230	13,752	282	11,383	334	9,385
23	9,701	75	11,935	127	14,252	179	15,201	231	13,719	283	11,351	335	9,367
24	9,734	76	11,985	128	14,284	180	15,201	232	13,668	284	11,300	336	9,334
25	9,768	77	12,018	129	14,335	181	15,184	233	13,633	285	11,251	337	9,318
26	9,803	78	12,068	130	14,369	182	15,168	234	13,585	286	11,200	338	9,300
27	9,835	79	12,118	131	14,400	183	15,168	235	13,550	287	11,168	339	9,284
28	9,868	80	12,168	132	14,436	184	15,151	236	13,501	288	11,117	340	9,268
29	9,901	81	12,218	133	14,468	185	15,135	237	13,452	289	11,067	341	9,251
30	9,936	82	12,268	134	14,500	186	15,118	238	13,419	290	11,019	342	9,235
31	9,984	83	12,302	135	14,534	187	15,117	239	13,369	291	10,985	343	9,217
32	10,019	84	12,352	136	14,567	188	15,101	240	13,317	292	10,934	344	9,200
33	10,052	85	12,402	137	14,600	189	15,084	241	13,283	293	10,884	345	9,184
34	10,102	86	12,451	138	14,635	190	15,052	242	13,233	294	10,851	346	9,167
35	10,133	87	12,501	139	14,669	191	15,036	243	13,186	295	10,801	347	9,167
36	10,167	88	12,551	140	14,700	192	15,019	244	13,152	296	10,751	348	9,152
37	10,219	89	12,584	141	14,736	193	15,001	245	13,101	297	10,719	349	9,152
38	10,251	90	12,634	142	14,768	194	14,985	246	13,051	298	10,667	350	9,133
39	10,301	91	12,683	143	14,786	195	14,951	247	13,002	299	10,634	351	9,136
40	10,334	92	12,736	144	14,819	196	14,933	248	12,968	300	10,586	352	9,133
41	10,384	93	12,785	145	14,852	197	14,901	249	12,917	301	10,534	353	9,119
42	10,418	94	12,817	146	14,867	198	14,884	250	12,869	302	10,500	354	9,119
43	10,469	95	12,867	147	14,901	199	14,850	251	12,834	303	10,452	355	9,117
44	10,501	96	12,919	148	14,917	200	14,834	252	12,785	304	10,419	356	9,117
45	10,552	97	12,968	149	14,952	201	14,801	253	12,734	305	10,369	357	9,118
46	10,601	98	13,017	150	14,967	202	14,768	254	12,685	306	10,336	358	9,117
47	10,634	99	13,051	151	14,984	203	14,750	255	12,650	307	10,284	359	9,118
48	10,684	100	13,100	152	15,019	204	14,718	256	12,601	308	10,251	360	9,133
49	10,733	101	13,151	153	15,033	205	14,685	257	12,552	309	10,217	361	9,134
50	10,767	102	13,186	154	15,050	206	14,651	258	12,500	310	10,169	362	9,135
51	10,817	103	13,234	155	15,069	207	14,617	259	12,451	311	10,135	363	9,151
52	10,867	104	13,285	156	15,086	208	14,584	260	12,419	312	10,084	364	9,152



COSA SI NOTA?

- Aumentando il numero di rilevazioni la rappresentazione grafica diventa più intuitiva mentre la tabella diventa sempre più complicata e di difficile lettura in quanto è troppo dettagliata.

- Se il numero di rilevazioni è molto grande l'andamento dei dati di fatto è rappresentato da una curva continua.

IL GRAFICO CONTINUO

- Spesso un grafico viene riportato con una linea continua.

Questo avviene ad esempio quando:

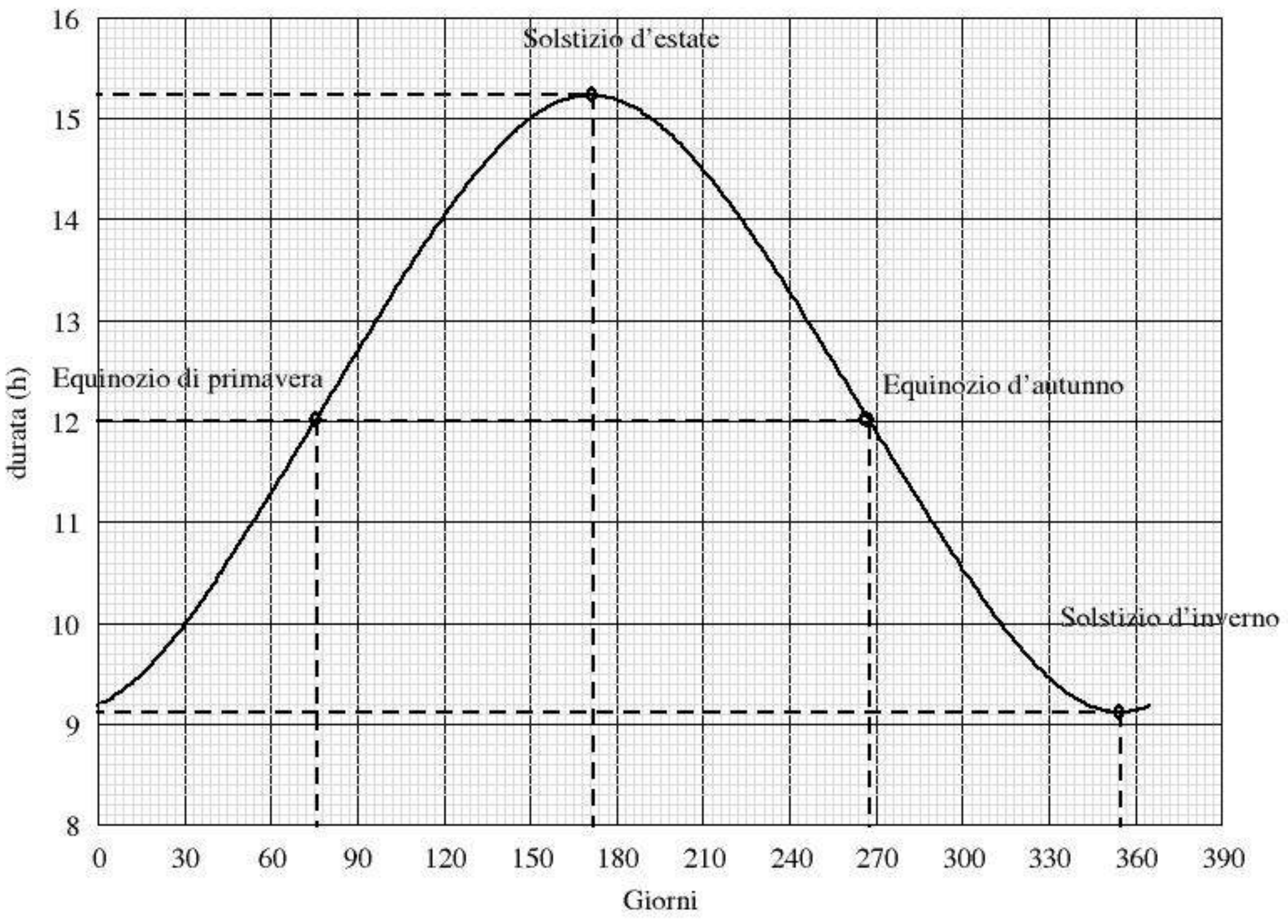
- I dati rilevati sono così ravvicinati da dare l'impressione di formare un continuo,
- La curva rappresenta un'interpolazione dei dati sperimentali
- Il grafico deriva da una funzione matematica (es. $y=2x+1$)

- Quali informazioni possiamo ricavare da un grafico continuo?

LETTURA DI UN GRAFICO CONTINUO

Interpolando i dati sperimentali precedenti si ottiene un grafico continuo che, con un po' di esercizio, può essere letto a colpo d' occhio:

- la durata del giorno aumenta fino al giorno 178 dopodiché diminuisce fino al giorno 360. In questi giorni si hanno i **solstizi**.
- Al giorno 75 e al giorno 267 la durata del giorno è uguale a quella della notte, si hanno gli **equinozi.**

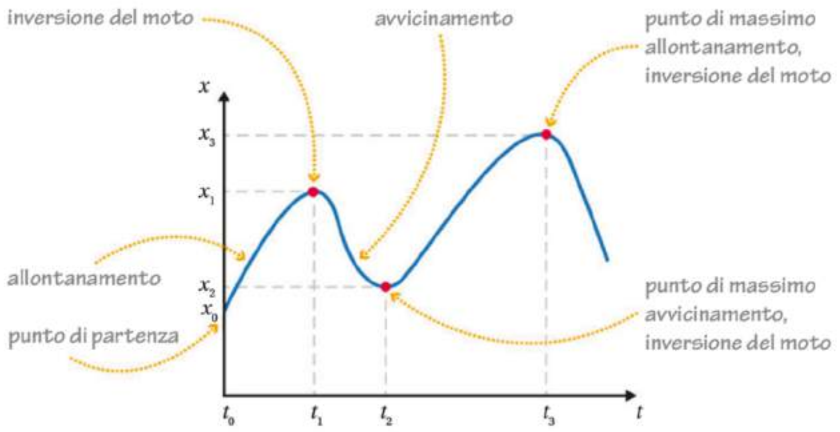


EDUCATION
WEBINAR

NEL LIBRO
«lo sguardofisico»

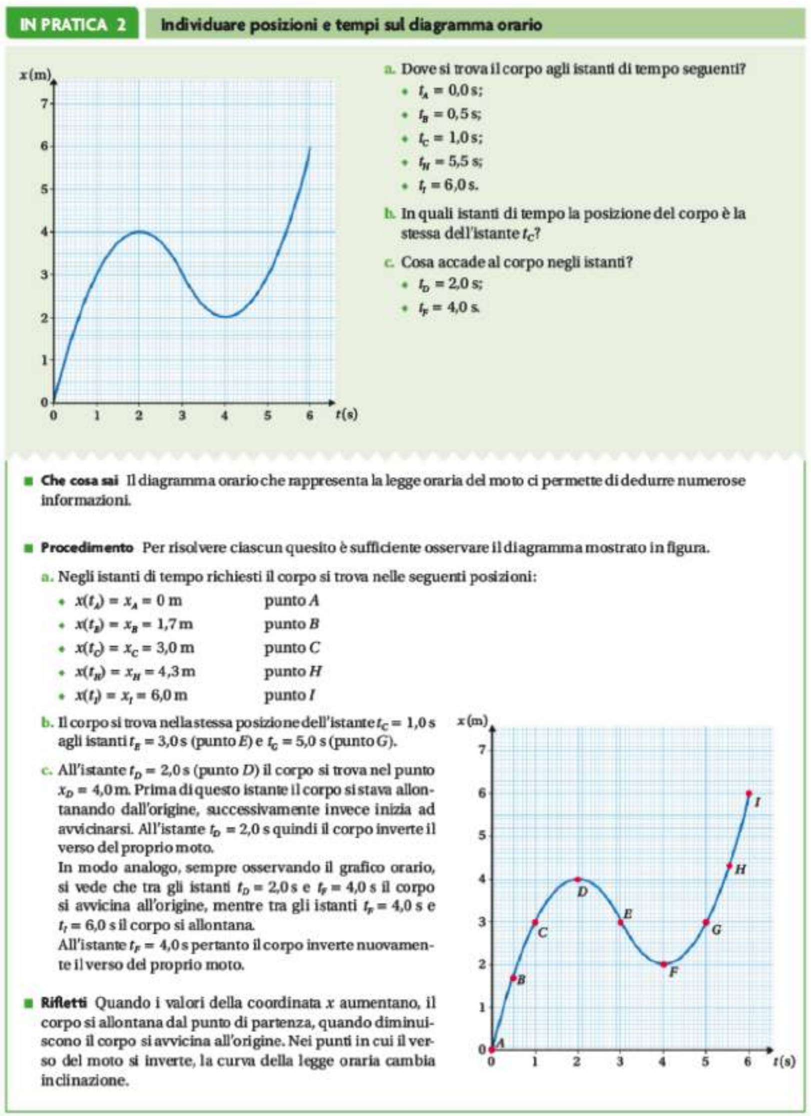
Attraverso un **"grafico parlante"** viene presentato il metodo di lettura del diagramma orario

ESPLORA IL GRAFICO



La spiegazione viene illustrata anche tramite un breve **video** fatto dall'autore con la tecnica del green screen

Quanto spiegato viene subito messo **IN PRATICA** e successivamente consolidato attraverso esercizi



IN PRATICA 2 **Individuare posizioni e tempi sul diagramma orario**

a. Dove si trova il corpo agli istanti di tempo seguenti?
- $t_A = 0{,}0$ s;
- $t_B = 0{,}5$ s;
- $t_C = 1{,}0$ s;
- $t_H = 5{,}5$ s;
- $t_I = 6{,}0$ s.

b. In quali istanti di tempo la posizione del corpo è la stessa dell'istante t_C?

c. Cosa accade al corpo negli istanti?
- $t_D = 2{,}0$ s;
- $t_F = 4{,}0$ s.

Che cosa sai Il diagramma orario che rappresenta la legge oraria del moto ci permette di dedurre numerose informazioni.

Procedimento Per risolvere ciascun quesito è sufficiente osservare il diagramma mostrato in figura.

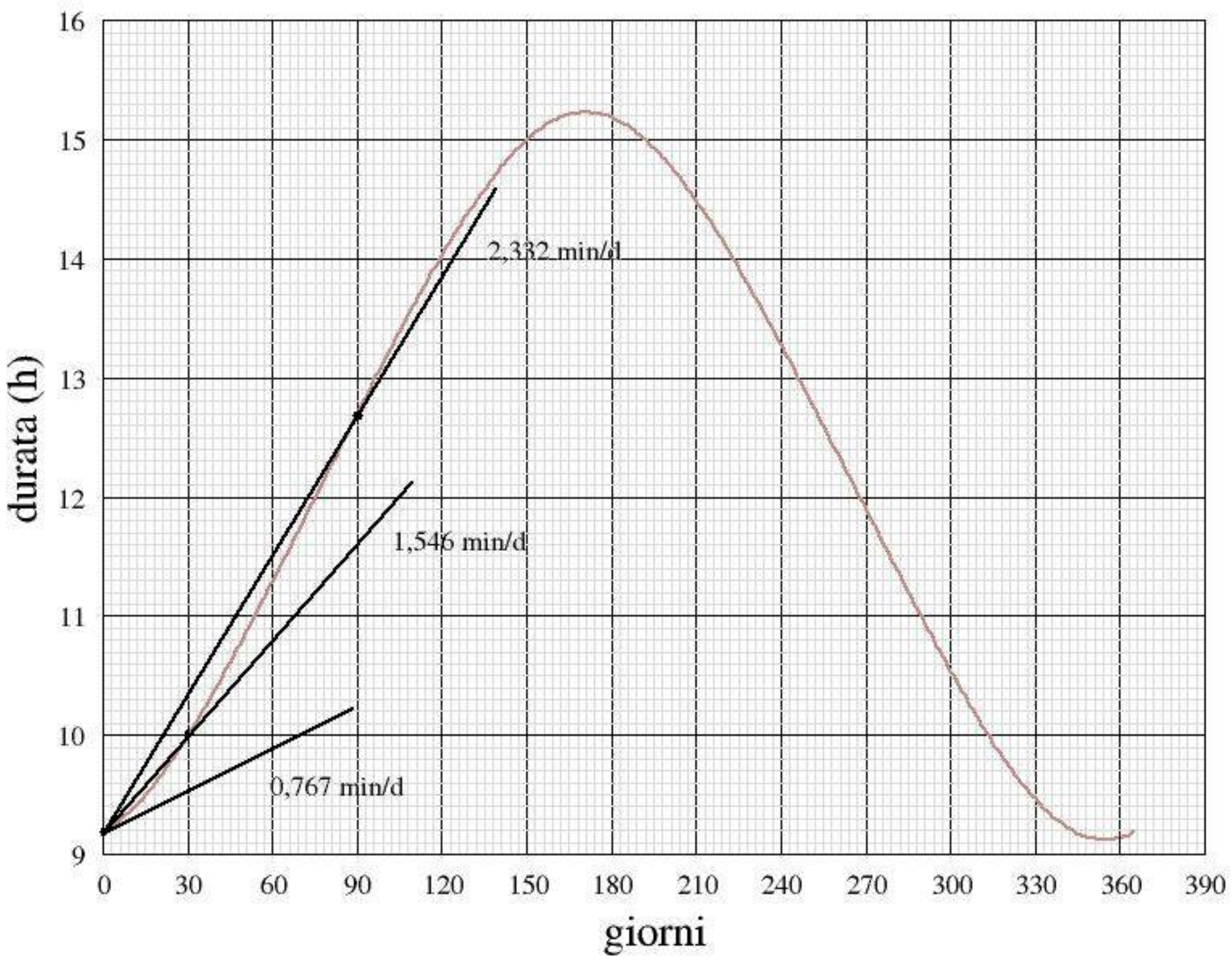
a. Negli istanti di tempo richiesti il corpo si trova nelle seguenti posizioni:
- $x(t_A) = x_A = 0$ m punto A
- $x(t_B) = x_B = 1{,}7$ m punto B
- $x(t_C) = x_C = 3{,}0$ m punto C
- $x(t_H) = x_H = 4{,}3$ m punto H
- $x(t_I) = x_I = 6{,}0$ m punto I

b. Il corpo si trova nella stessa posizione dell'istante $t_C = 1{,}0$ s agli istanti $t_E = 3{,}0$ s (punto E) e $t_G = 5{,}0$ s (punto G).

c. All'istante $t_D = 2{,}0$ s (punto D) il corpo si trova nel punto $x_D = 4{,}0$ m. Prima di questo istante il corpo si stava allontanando dall'origine, successivamente invece inizia ad avvicinarsi. All'istante $t_D = 2{,}0$ s quindi il corpo inverte il verso del proprio moto.
In modo analogo, sempre osservando il grafico orario, si vede che tra gli istanti $t_D = 2{,}0$ s e $t_F = 4{,}0$ s il corpo si avvicina all'origine, mentre tra gli istanti $t_F = 4{,}0$ s e $t_I = 6{,}0$ s il corpo si allontana.
All'istante $t_F = 4{,}0$ s pertanto il corpo inverte nuovamente il verso del proprio moto.

Rifletti Quando i valori della coordinata x aumentano, il corpo si allontana dal punto di partenza, quando diminuiscono il corpo si avvicina all'origine. Nei punti in cui il verso del moto si inverte, la curva della legge oraria cambia inclinazione.

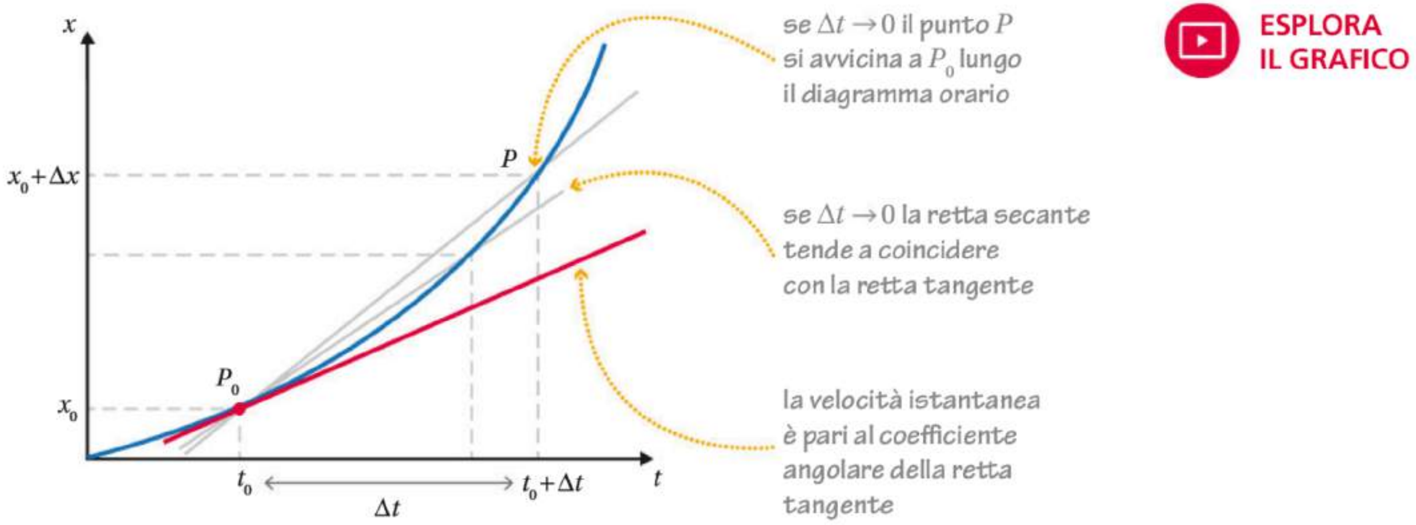
IL PRIMO CONCETTO DIFFICILE: LA VARIAZIONE ISTANTANEA



La pendenza della retta secante che congiunge due punti del grafico rappresenta la variazione media della durata del giorno tra le due rilevazioni.

Avvicinando sempre più le due rilevazioni la retta secante al grafico **tende a coincidere con la retta tangente, questo porta a concludere che la** pendenza della tangente rappresenta la rapidità "istantanea" con cui varia la durata del giorno.

NEL LIBRO «lo sguardofisico»



Il ragionamento che porta a identificare la pendenza della retta tangente al diagramma orario con la velocità istantanea viene illustrato in dettaglio, sia con il testo sia attraverso un **grafico parlante**. Il video dell'autore illustra tramite una breve lezione il ragionamento seguito.

EDUCATION WEBINAR

SEGUONO GLI ESEMPI

La velocità istantanea non resta un concetto astratto ma viene calcolata. Un esempio introduttivo spiega cosa significa calcolare la velocità media su intervalli di tempo sempre più brevi mentre un secondo esempio fornisce un metodo grafico approssimato per determinare la velocità istantanea attraverso il grafico e un righello. Questo risultato verrà poi consolidato negli esercizi.

PER ESEMPIO

Vediamo adesso che cosa accade concretamente, da un punto di vista numerico, se riduciamo sempre di più l'intervallo di tempo Δt nel calcolo di una velocità.
Consideriamo la legge oraria $\boldsymbol{x(t) = -t^2 + 4t}$ in cui tutte le unità sono espresse nel SI.
Calcoliamo la velocità media tra gli istanti di tempo $t_0 = 1$ s e $t = t_0 + \Delta t$ con $\Delta t = 1$ s.

$x(t_0) = x(1)\,\text{m} = (-1^2 + 4 \cdot 1)\,\text{m} = 3\,\text{m}$
$x(t) = x(2)\,\text{m} = (-2^2 + 4 \cdot 2)\,\text{m} = 4\,\text{m}$

da cui si ricava $v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{(4-3)\,\text{m}}{1\,\text{s}} = 1\,\text{m/s}$

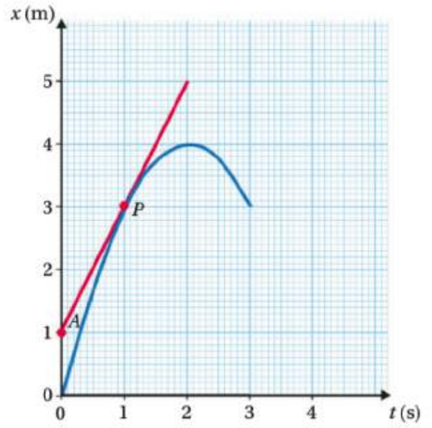
Ripetiamo ora il calcolo con intervalli di tempo Δt sempre più piccoli: i risultati ottenuti sono riportati nella tabella.

Si può notare che, da un certo punto in poi, ridurre ulteriormente Δt produce variazioni sempre più irrilevanti nel valore della velocità media. Man mano che istante iniziale e finale si avvicinano la velocità media tende a stabilizzarsi intorno a un valore limite pari a 2 m/s. Questo valore limite è proprio la velocità che il corpo possiede nell'istante $t_0 = 1$ s.

t_0 (s)	Δt (s)	Δx (m)	v (m/s)
1	1	1	1,0000
1	0,5	0,75	1,5000
1	0,1	0,19	1,9000
1	0,01	0,0199	1,9900
1	0,001	0,001999	1,9990
1	0,0001	0,0019999	1,9999

PER ESEMPIO

Consideriamo nuovamente la legge oraria $\boldsymbol{x(t) = -t^2 + 4t}$ e determiniamo, questa volta graficamente, la velocità all'istante $t_0 = 1$ s.



Nell'istante t_0 la posizione occupata è $x_0 = x(t_0) = 3$ m. Sul diagramma orario tracciamo la retta tangente nel punto P di coordinate (1 s; 3 m).

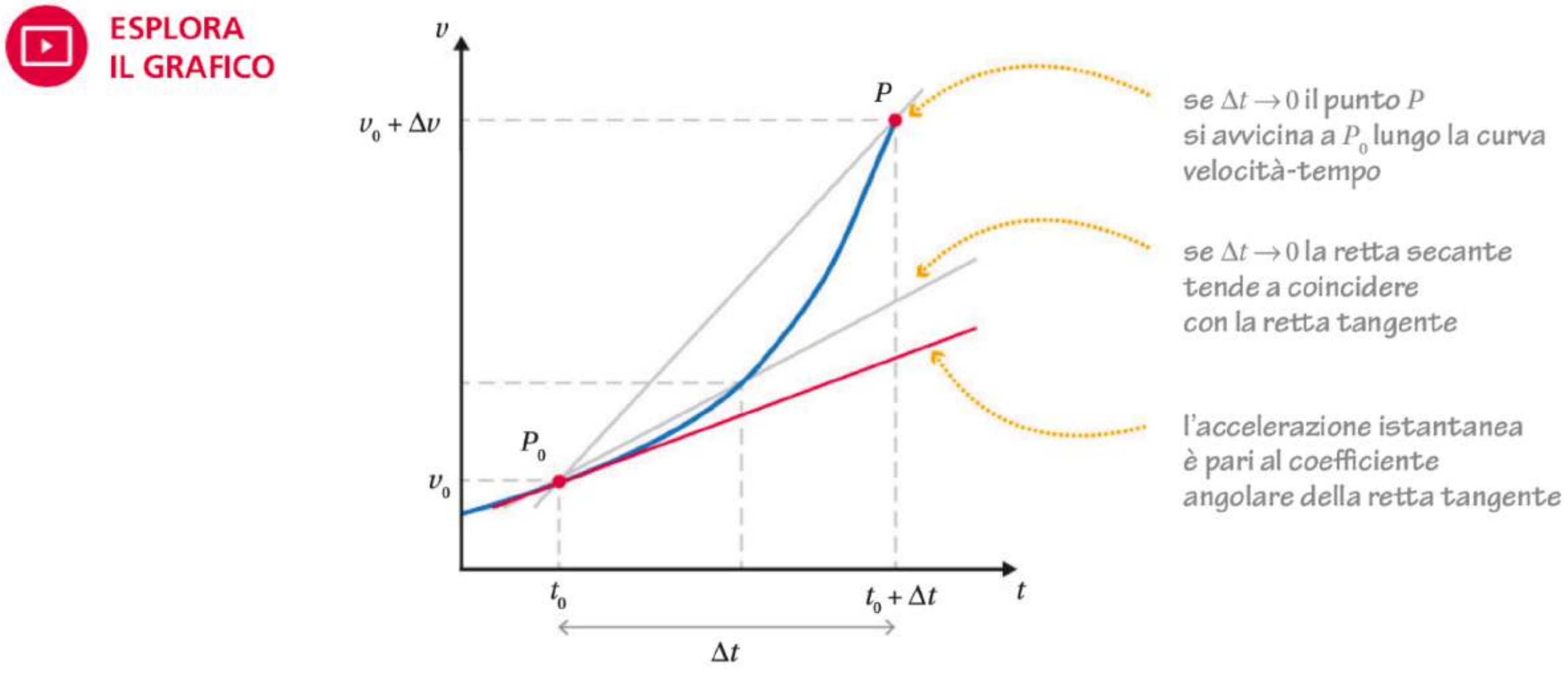
Per trovare il coefficiente angolare di questa retta consideriamo un altro punto sulla retta, il punto A(0 s; 1 m). Ricordiamo che il coefficiente angolare m è dato dal rapporto tra la differenza delle ordinate Δx e la differenza delle ascisse Δt:

$$m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_P - x_A}{t_P - t_A} = \frac{(3-1)\,\text{m}}{(2-1)\,\text{s}} = 2\,\text{m/s}$$

Per quanto detto in precedenza, questo coefficiente è pari alla velocità istantanea del moto nell'istante $t_0 = 1$ s, quindi $v(1\,\text{s}) = 2$ m/s.

STESSO CONCETTO IN UN DIVERSO CONTESTO

Con l'accelerazione istantanea il ragionamento è lo stesso ma cambia il significato fisico del risultato. Grazie al lavoro fatto in precedenza il ragionamento viene seguito più agevolmente e compreso più in profondità.



EDUCATION
WEBINAR

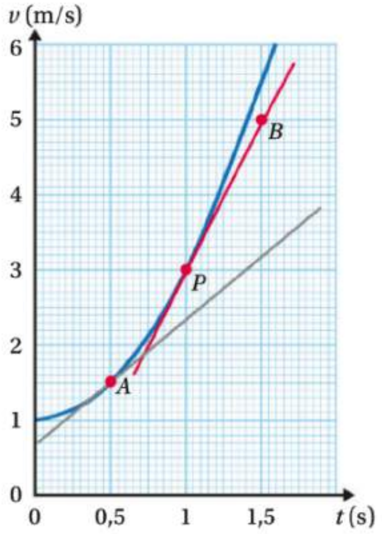
ESEMPI SVOLTI PER ANALOGIA

Non cambia la modalità di calcolo ma cambia l'interpretazione fisica. Molti ragazzi comprendono per analogia come fare l'esercizio senza che questo debba essere spiegato.

PER ESEMPIO

Consideriamo un moto vario la cui velocità è descritta dalla funzione $v(t) = 2t^2 + 1$ e determiniamo graficamente l'accelerazione all'istante $t_P = 1{,}0$ s.
Nell'istante di tempo t_P la velocità del corpo è $v_P = v(t_P) = 3{,}0$ m/s. Usando il righello, tracciamo la retta tangente al grafico velocità-tempo nel punto P di coordinate (1,0 s; 3,0 m/s).
Per trovare il coefficiente angolare di questa retta consideriamo un altro punto sulla retta, per esempio il punto B(1,5 s; 5,0 m/s). Ricordiamo che il coefficiente angolare m è dato dal rapporto tra la differenza delle ordinate Δv e la differenza delle ascisse Δt:

$$m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_B - v_P}{t_B - t_P} = \frac{(5{,}0 - 3{,}0)\ \text{m/s}}{(1{,}5 - 1{,}0)\ \text{s}} = 4{,}0\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



Questo coefficiente è pari all'accelerazione istantanea del moto nell'istante $t_P = 1{,}0$ s, quindi possiamo scrivere $a(1{,}0\ \text{s}) = 4{,}0\ \text{m/s}^2$.
Notiamo inoltre che l'accelerazione del corpo all'istante t_P è maggiore, per esempio, dell'accelerazione all'istante $t_A = 0{,}5$ s; infatti la pendenza della retta tangente in P è maggiore di quella della retta tangente nel punto A di coordinate (0,50 s; 1,5 m/s).

PER ESEMPIO

Per comprendere meglio cosa accade dal punto di vista numerico, consideriamo un moto la cui velocità in funzione del tempo varia secondo la relazione $v(t) = 3t^2 - 2t$, dove tutte le quantità sono espresse in unità del SI.
Calcoliamo l'accelerazione media tra gli istanti $t_0 = 1$ s e $t = t_0 + \Delta t$ con $\Delta t = 1$ s.

$$v(t_0) = v(1\ \text{s}) = (3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1)\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(t) = v(2\ \text{s}) = (3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2)\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

da cui si ricava:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(8-1)\ \text{m/s}}{1\ \text{s}} = 7\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ripetiamo ora il calcolo con intervalli di tempo Δt decrescenti: i risultati sono riportati nella tabella accanto.

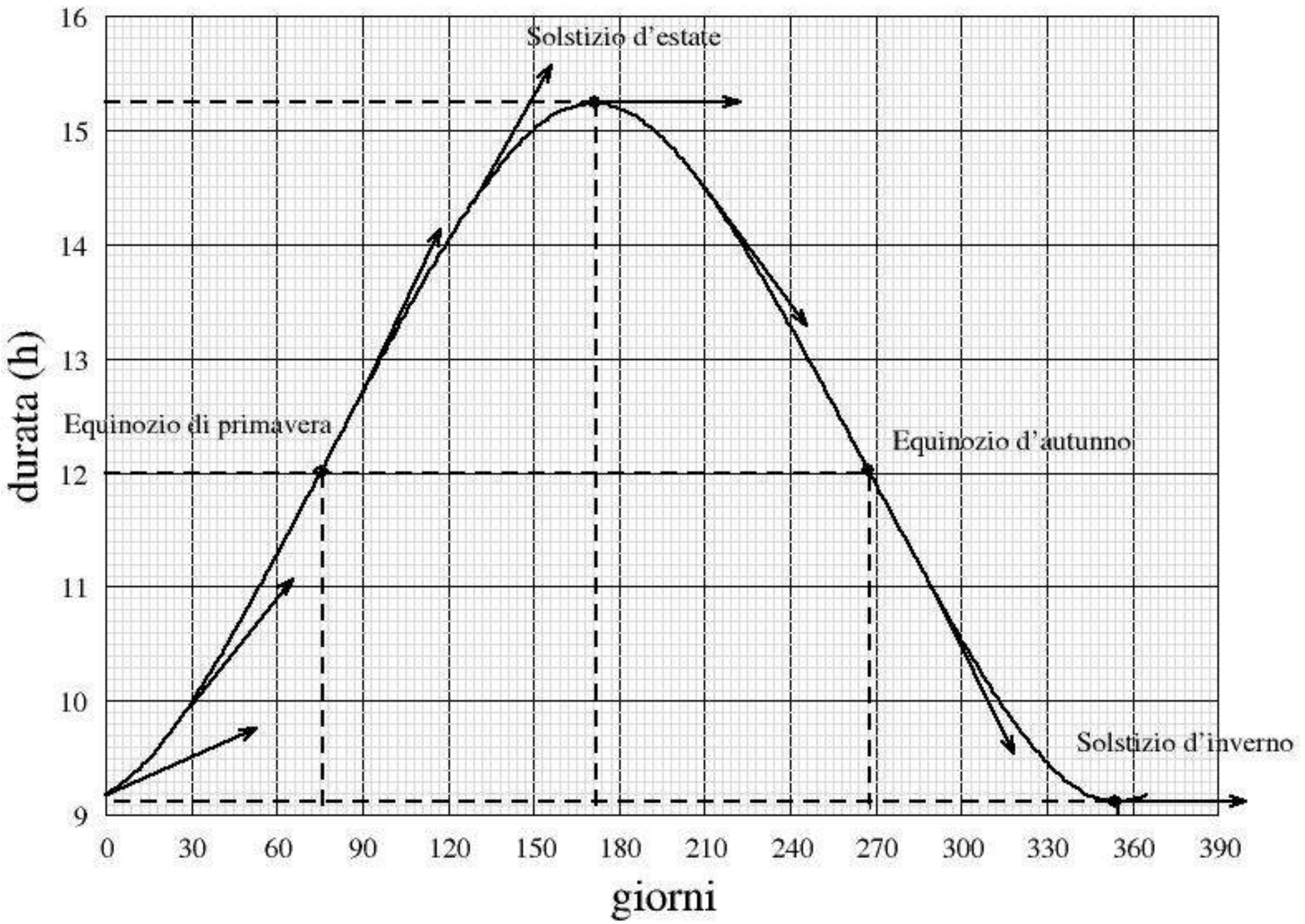
Man mano che si restringe l'intervallo di tempo Δt, il valore dell'accelerazione media subisce variazioni sempre più irrilevanti e tende a un valore limite pari a 4 m/s². Questo valore è l'accelerazione che il corpo possiede nell'istante $t_0 = 1$ s.

t_0 (s)	Δt (s)	Δv (m/s)	a (m/s²)
1	1	7	7,0000
1	0,5	2,75	5,5000
1	0,1	0,43	4,3000
1	0,01	0,0403	4,0300
1	0,001	0,004003	4,0030
1	0,0001	0,00040003	4,0003

LETTURA DELLA VARIAZIONE ISTANTANEA SU UN GRAFICO CONTINUO

Immaginiamo di seguire la curva tracciando in ogni punto la retta tangente ad esempio con un **righello**. Ciò che si osserva è che la pendenza della retta tangente:

- aumenta fino all'equinozio di primavera
- diminuisce dall'equinozio di primavera fino al solstizio d'estate
- dopo il solstizio d'estate la pendenza è negativa e diminuisce sempre più fino all'equinozio d'autunno.
- dopo l'equinozio d'autunno la pendenza della retta tangente torna ad aumentare.



COSA SI NOTA?

In un grafico continuo la pendenza della retta tangente dice quanto rapidamente sta variando la variabile dipendente.

- Se la tangente è inclinata verso l'alto la variabile dipendente sta aumentando, viceversa sta diminuendo.

- Più la retta tangente è inclinata verso l'alto più la variabile dipendente sta aumentando rapidamente. Viceversa più la tangente è inclinata verso il basso più la variabile dipendente sta diminuendo rapidamente.

- Se l'inclinazione della tangente sta aumentando la curva è convessa. Viceversa è concava.

STUDIO DI UN DIAGRAMMA ORARIO

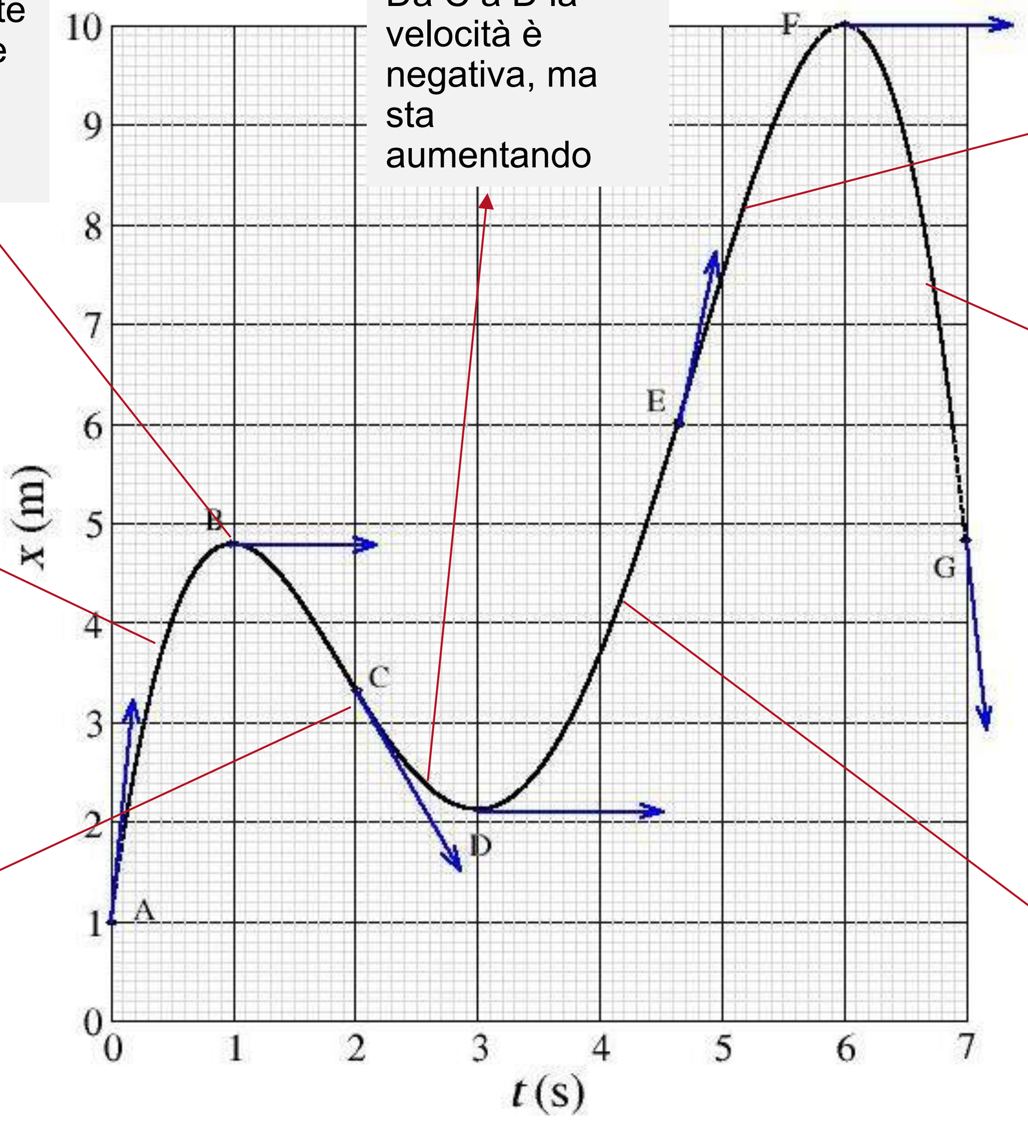
In B la tangente è orizzontale e la velocità istantanea è nulla

Da C a D la velocità è negativa, ma sta aumentando

Da E ad F la velocità istantanea diminuisce fino ad annullarsi in F dove la tangente è orizzontale.

Da A a B il corpo si allontana

La velocità è positiva e diminuisce.



Da F a G la velocità istantanea è negativa e diminuisce sempre.

Dopo B il corpo torna indietro, la velocità è negativa e diminuisce fino a C

In D la tangente è orizzontale e la velocità istantanea è nulla. Da D ad E la velocità è positiva e sta aumentando. In E la velocità smette di aumentare e inizia a diminuire

DOVE SIAMO ARRIVATI?

- La lettura del diagramma orario precedente è molto approfondita e gli strumenti che abbiamo utilizzato consentono ai ragazzi di raggiungere questa competenza già in 2^a .

- Questa competenza potrà essere utilizzata in numerosi altri contesti anche durante il triennio con risparmio di tempo.

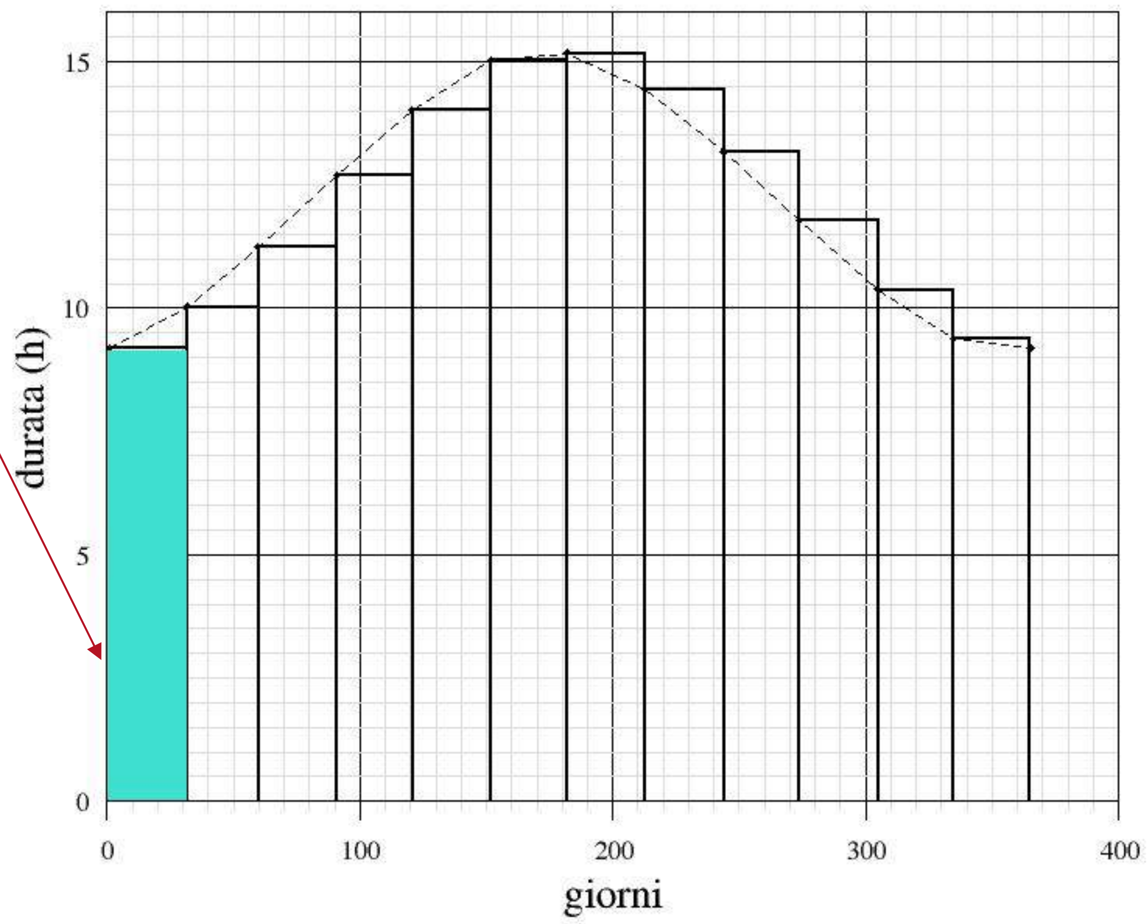
- I numerosi esercizi in cui viene chiesto di leggere e interpretare grafici permettono di consolidare da subito questa competenza in modo da poterla utilizzare con sicurezza anche più avanti.

IL SECONDO CONCETTO DIFFICILE

Come calcolare il risultato di una somma di una grandezza che varia con continuità.

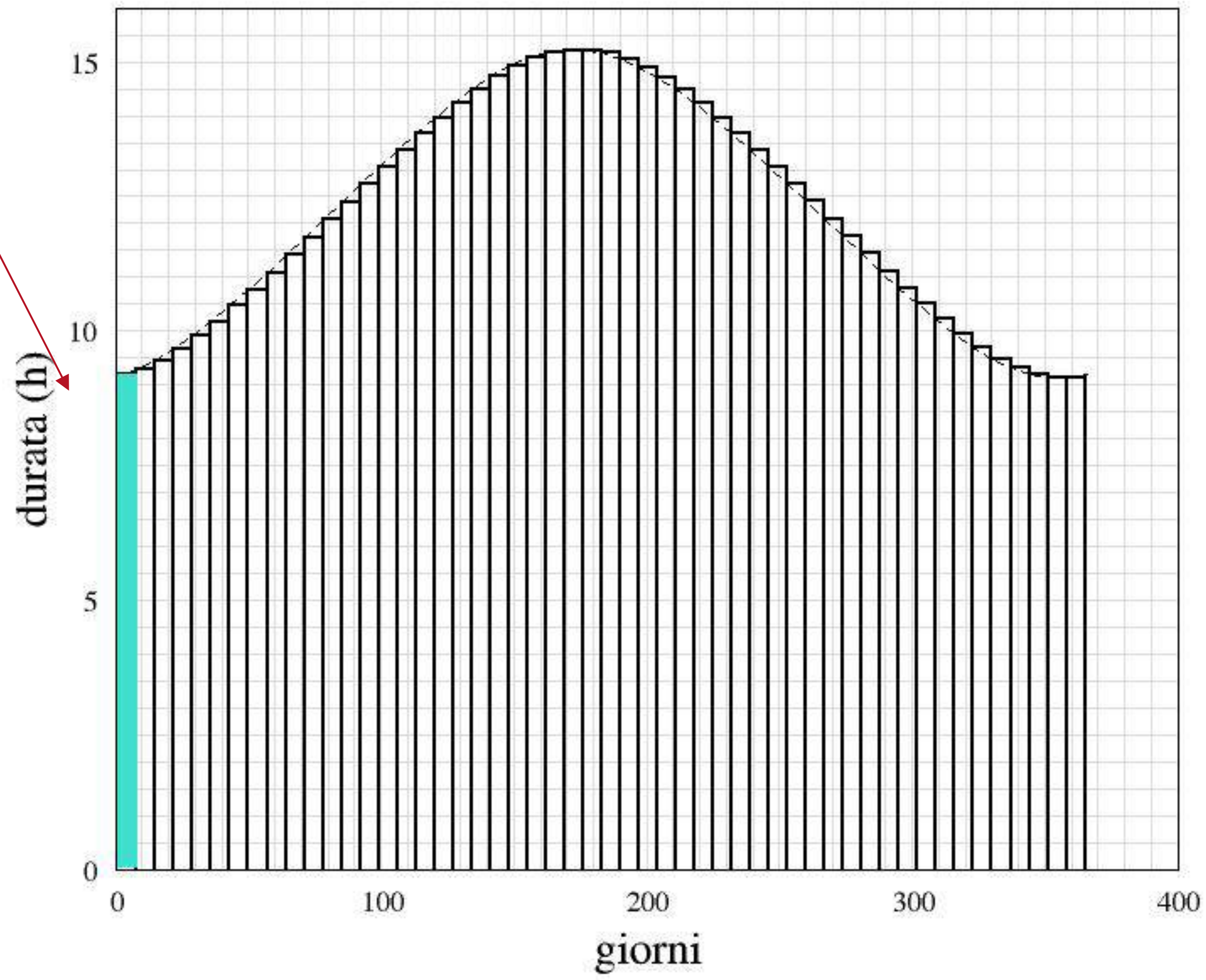
UTILIZZARE UN GRAFICO PER CALCOLARE IL RISULTATO DI UNA SOMMA

Mese	Giorni	Durata (h)	Totale (h)
1	31	9,185	284,7
2	28	10,019	280,5
3	31	11,233	348,2
4	30	12,683	380,5
5	31	14,018	434,6
6	30	15,019	450,6
7	31	15,168	470,2
8	31	14,417	446,9
9	30	13,152	394,6
10	31	11,768	364,8
11	30	10,369	311,7
12	31	9,367	290,4
			4457,7



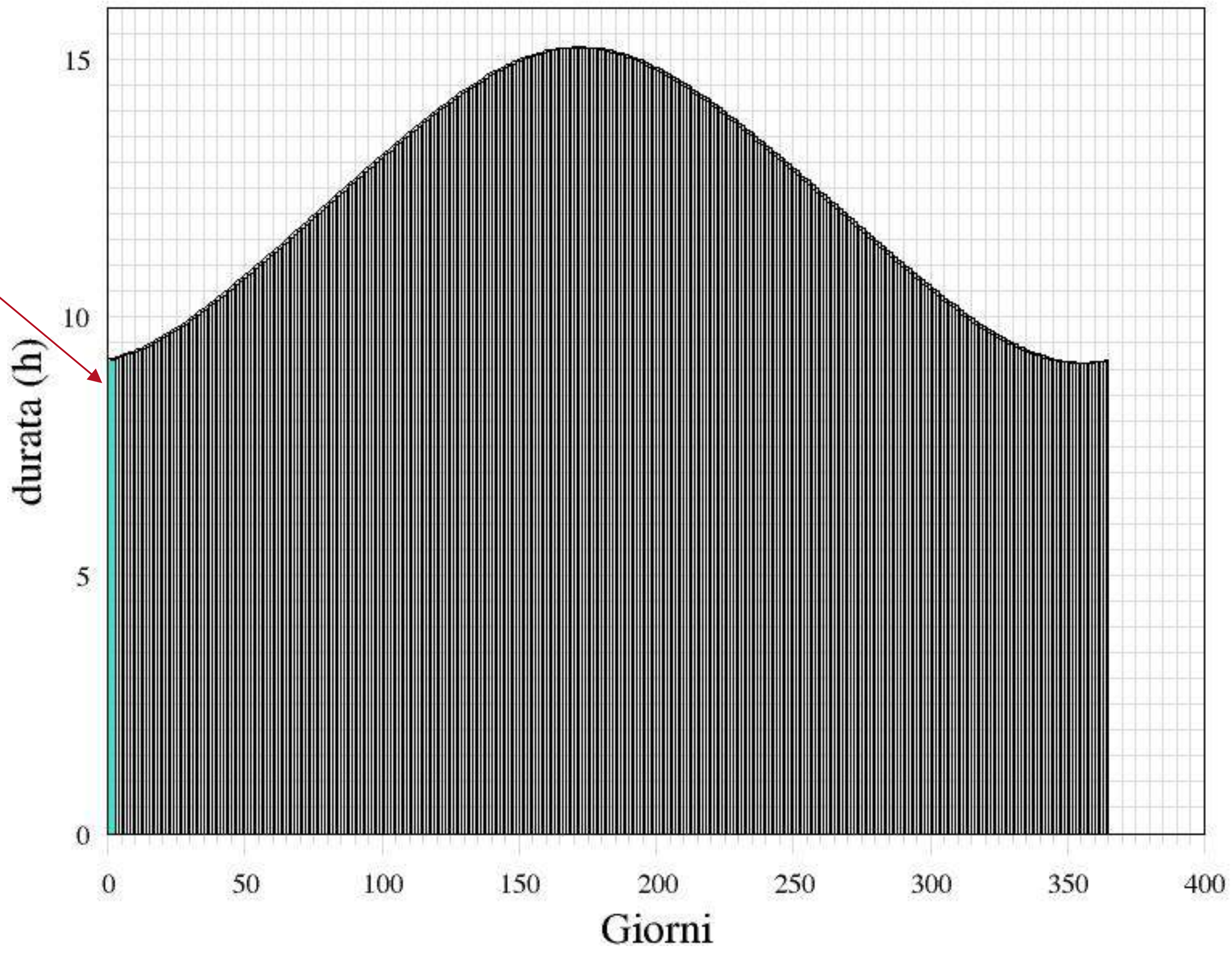
RILEVAZIONI SETTIMANALI

Settimana	Giorni	Durata (h)	Totale (h)
1	7	9,185	64,30
2	7	9,301	65,11
3	7	9,452	66,16
…		…	
…		…	
…		…	
52	7	9,168	64,18
			4583



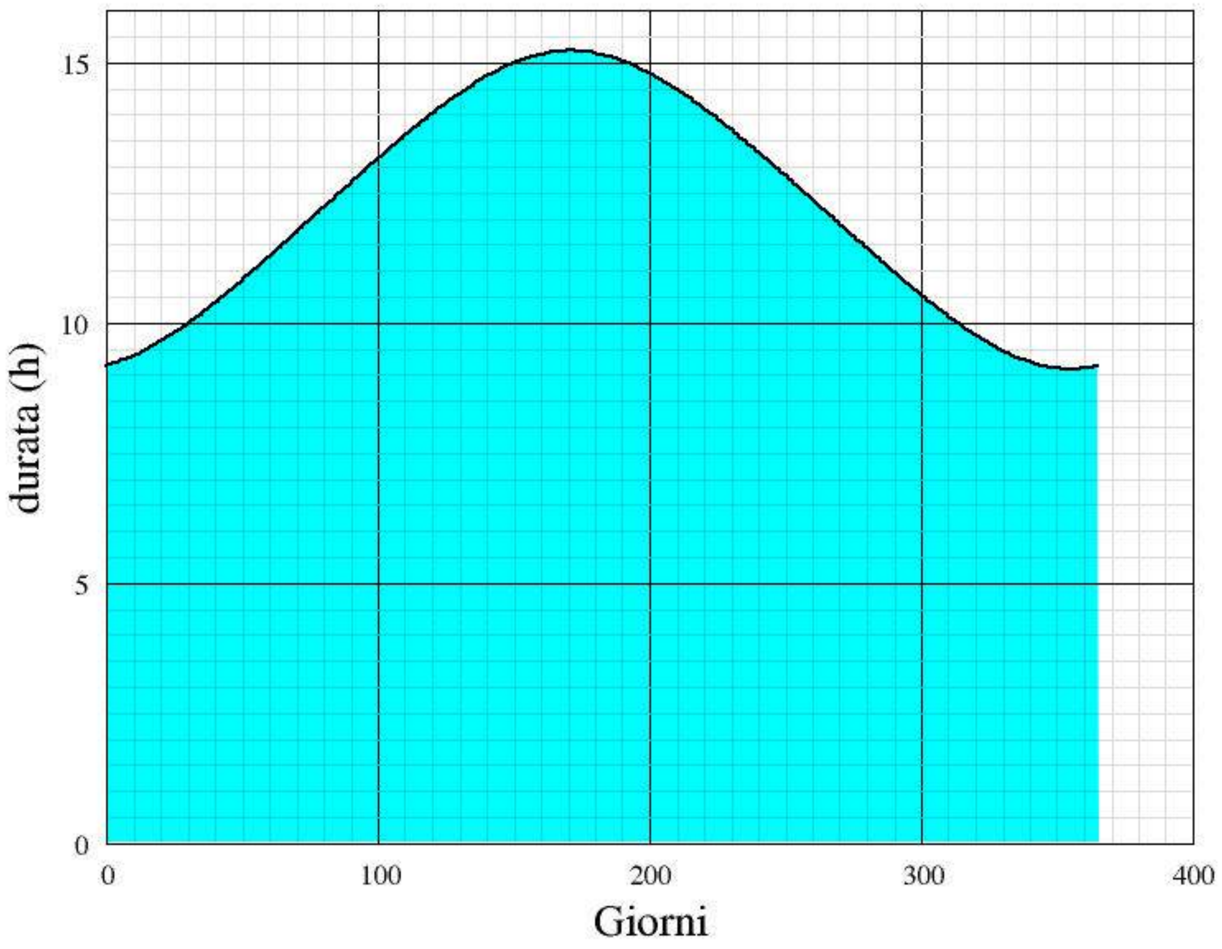
RILEVAZIONI GIORNALIERE

Giorni	Durata (h)
1	9,185
2	9,201
3	9,217
...	...
...	...
...	...
364	9,152
365	9,168
Totale (h)	**4464**



E NEL CASO CONTINUO?

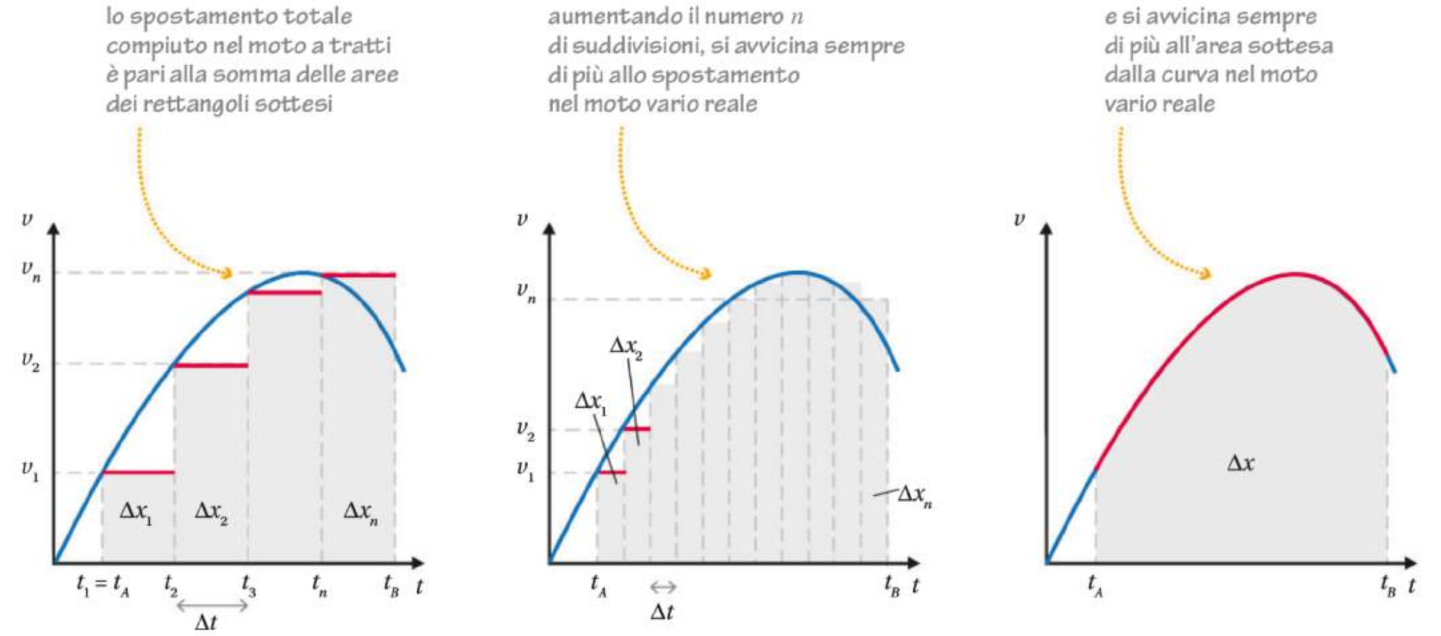
Nel caso continuo si può pensare di procedere a ritroso scomponendo l'intervallo in intervalli sempre più piccoli. Ciò che si ottiene è che **la durata totale dei giorni dell'anno è pari all'area sottesa dal grafico**.



NEL LIBRO “LO SGUARDO FISICO”

- Il ragionamento che porta a identificare lo spazio percorso da un corpo in moto vario con l’area sottesa dal diagramma velocità-tempo viene descritto in dettaglio. La spiegazione viene poi riassunta in un **grafico parlante** e ripresa nel **video dell’autore**.

ESPLORA IL GRAFICO



LA TEORIA VIENE APPLICATA A ESEMPI

IN PRATICA 1 **Calcolare graficamente lo spostamento in modo approssimato**

Un corpo si muove di moto vario in linea retta. La sua velocità dipende dal tempo secondo la relazione

$$v(t) = 2t^2 + 1$$

dove tutte le quantità sono espresse in unità del SI.
Rappresenta il grafico velocità-tempo del moto tra gli istanti $t_A = 0\,s$ e $t_B = 2{,}0\,s$ e calcola in modo approssimato quanto vale lo spostamento del corpo nell'intervallo Δt_{AB}: dividi l'intervallo in 4 parti uguali, traccia il grafico del moto a tratti rettilinei uniformi e calcola lo spostamento corrispondente a questo moto.

- **Che cosa sai** Un moto vario può essere approssimato con un moto a tratti rettilinei uniformi. Se un corpo si muove di moto a tratti la somma degli spostamenti durante i singoli tratti coincide con lo spostamento totale, che graficamente equivale alla somma delle aree dei rettangoli sottesi dal grafico velocità-tempo del moto a tratti.

- **Procedimento** Suddividiamo l'intervallo $t_B - t_A$ in $n = 4$ intervalli di ampiezza

$$\Delta t = \frac{t_B - t_A}{n} = \frac{(2{,}0 - 0)\,s}{4} = 0{,}50\,s$$

e calcoliamo il valore della velocità all'inizio di ogni intervallo attraverso la relazione velocità-tempo. Per esempio, il primo tratto parte da $t_1 = t_A = 0\,s$ e arriva a:

$$t_2 = t_1 + \Delta t = (0 + 0{,}50)\,s = 0{,}50\,s$$

La velocità del moto all'istante iniziale del primo intervallo è:

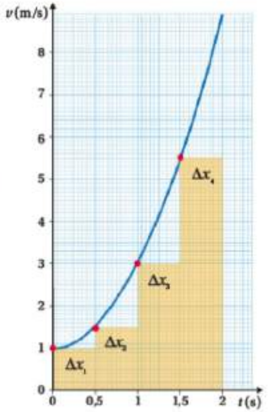
$$v_1 = v(0) = (2 \cdot 0^2 + 1)\,m/s = 1{,}0\,m/s$$

Lo spostamento compiuto dal corpo in questo primo tratto può essere calcolato utilizzando le formule del moto rettilineo uniforme oppure, in modo del tutto equivalente, calcolando l'area del rettangolo di base Δt e altezza v_1:

$$\Delta x_1 = v_1\,\Delta t = (1{,}0\,m/s)\,(0{,}50\,s) = 0{,}50\,m$$

Procedendo in modo analogo per gli altri tratti otteniamo la seguente tabella.

i	t_i (s)	v_i (m/s)	Δx_i (m)
1	0	1,0	0,50
2	0,50	1,5	0,75
3	1,0	3,0	1,5
4	1,5	5,5	2,8



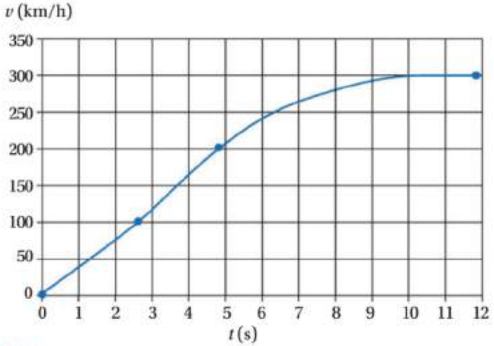
Dopo aver disegnato nel diagramma cartesiano la curva v-t del moto vario reale, che passa per i punti $(t_i; v_i)$, possiamo tracciare nel grafico le aree rettangolari corrispondenti agli spostamenti Δx_i.
La somma dei singoli spostamenti è lo spostamento totale compiuto dal corpo nel moto a tratti:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = 0{,}50\,m + 0{,}75\,m + 1{,}5\,m + 2{,}8\,m = 5{,}6\,m$$

e corrisponde graficamente all'area sottesa dal grafico del moto a tratti.

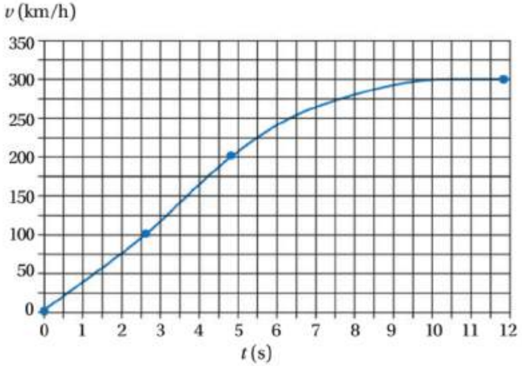
- **Rifletti** In questo esempio abbiamo visto come l'approssimazione del moto vario reale con un insieme di $n = 4$ moti rettilinei uniformi permetta di calcolare in modo approssimato lo spostamento del corpo.
Per ottenere risultati sempre più vicini al valore dello spostamento reale basta aumentare il numero di suddivisioni dell'intervallo di tempo considerato.

Esempi numerici di calcolo approssimato



▶ **F1** *Possibile grafico velocità-tempo della moto di Rossi tra 0 km/h e 300 km/h.*

Metodo grafico approssimato attraverso il conto dei quadretti.



▶ **F3** *Grafico velocità-tempo della moto di Rossi tra 0 km/h e 300 km/h su una griglia con quadretti più piccoli.*

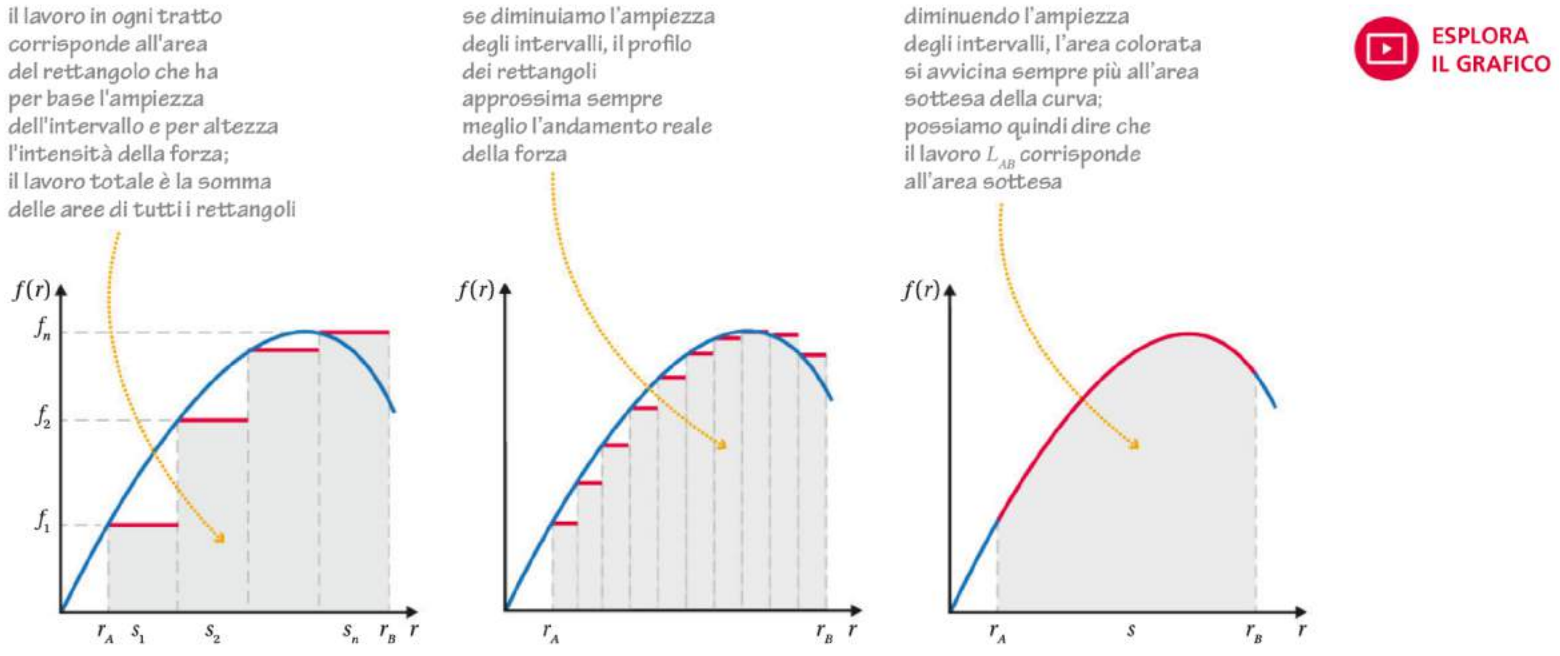
EDUCATION
WEBINAR

QUANDO POSSIAMO APPLICARE QUESTO PROCEDIMENTO?

- Il ragionamento illustrato può essere applicato a **qualsiasi grafico continuo** per il quale il contributo alla somma di ciascun intervallo è pari al prodotto tra l'intervallo e il valore della funzione, ovvero all'area del rettangolo.

- In questo modo il procedimento descritto **permette di collegare la grandezza fisica all'area sottesa dalla curva**. Il problema del calcolo dell'area può poi essere risolto in diversi modi:
  - Se la curva è un poligono si possono utilizzare le formule geometriche.
  - Se la curva non è un poligono si può:
    - Utilizzare formule per l'area di una curva (es: cerchio o parabola).
    - Determinare una stima per eccesso e per difetto contando i quadretti.
    - Utilizzare un metodo empirico, ad esempio attraverso la pesata di cartoncino.

NEL LIBRO “LO SGUARDO FISICO”



Il procedimento descritto per collegare lo spostamento compiuto in un moto vario all’area sottesa dal grafico velocità-tempo può essere applicato al lavoro di una forza variabile unidimensionale. Anche questa volta la spiegazione risulta facilitata grazie al lavoro fatto in precedenza.

CONCLUSIONI

- Il grafico è uno strumento molto potente per illustrare l'andamento dei dati.

- Con l'esercizio, da un grafico è possibile estrarre a colpo d'occhio numerose informazioni in modo molto più agevole che non con una tabella.
  È possibile ad esempio:
  - Determinare gli intervalli in cui la variabile dipendente aumenta e diminuisce.
  - Determinare la rapidità media e istantanea con cui la variabile dipendente aumenta o diminuisce.
  - Collegare il risultato della somma di una grandezza che varia con continuità all'area sottesa e ricondurre così il calcolo al calcolo di un'area.

- La trattazione che è stata presentata è legata all'intuizione, ma il discorso dell'analisi di un grafico verrà ripreso a più livelli e con maggior rigore nel corso del triennio. Tuttavia i concetti e risultati a cui siamo arrivati rimarranno validi.

UNA PROPOSTA FORMATIVA DISEGNATA INTORNO AI BISOGNI DEGLI INSEGNANTI

FORMAZIONE SU MISURA

SCUOLAOGGIDOMANI.IT

MONDADORI EDUCATION

webinar@mondadorieducation.it

www.mondadorieducation.it